



MÓDULO 6: ANÁLISIS DE DATOS

Antonio Marín del Moral

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE DATOS

Una de las intenciones que subyacen al diseño de un módulo de esta maestría dedicado al análisis de datos es entender que la fase de implementación en el aula planificada en este curso puede entenderse como un experimento (Hiebert, 2003 pp. 209-211) en el que la gran mayoría de los instrumentos concebidos para extraer información del mismo ya se diseñaron en el módulo 5. Una vez preparados la gran mayoría de documentos que planifican el proceso de enseñanza en los módulos 1 al 4 y los instrumentos que servirán de referencia para evaluar los procesos de enseñanza y aprendizaje durante y después de la implementación del material previsto (módulo 5), este módulo sobre análisis de datos se centra en la organización de los datos que se producirán durante la implementación en el aula de la planificación docente.

Otra de las intenciones que se entrecruza con la mostrada en el párrafo anterior fue ampliamente desarrollada en el módulo sobre análisis de actuación: la información procedente de los instrumentos de evaluación ayuda a mejorar el aprendizaje del alumno, y a modificar la propia práctica de la enseñanza

La actividad docente del profesorado y del alumnado genera una ingente cantidad de información que puede recogerse y sistematizarse para usos posteriores, simplemente recogerse y dejar que se olviden multitud de informes, plantillas y otros documentos o incluso no recogerse y desperdiciar una preciada riqueza.

Este módulo se centra en el conjunto de información que puede acumularse durante las sesiones de clase relativa al aprendizaje de los alumnos de conocimientos matemáticos y a los instrumentos que se han manejado para recogerla.

El tema incorpora elementos para comprobar si los instrumentos de recogida de datos están bien adaptados a las exigencias concretas del aula y propone criterios para organizar estos datos según tipos de resultados o conclusiones que se desarrollarán y perfilarán en el módulo siguiente.

Por otra parte, al acercarse a otras evaluaciones de carácter nacional o internacional se extraen enseñanzas para ajustar criterios sobre las finalidades y la organización de los datos recogidos.

ÁMBITOS DEL ANÁLISIS DE DATOS

Mediante el análisis didáctico en todo su proceso de planificación se ha desembocado en la producción de dos grandes grupos de objetos:

- ◆ Procedimientos de actuación en el aula que, basados en análisis del contenido y de las expectativas de aprendizaje, desembocan en el diseño de las secuencias de enseñanza y las sesiones de clase como protocolos que guían la actuación previsible.
- ◆ Instrumentos de evaluación que recogen todos los datos de la actuación en el aula con finalidades diversas. (ver Figura 1)

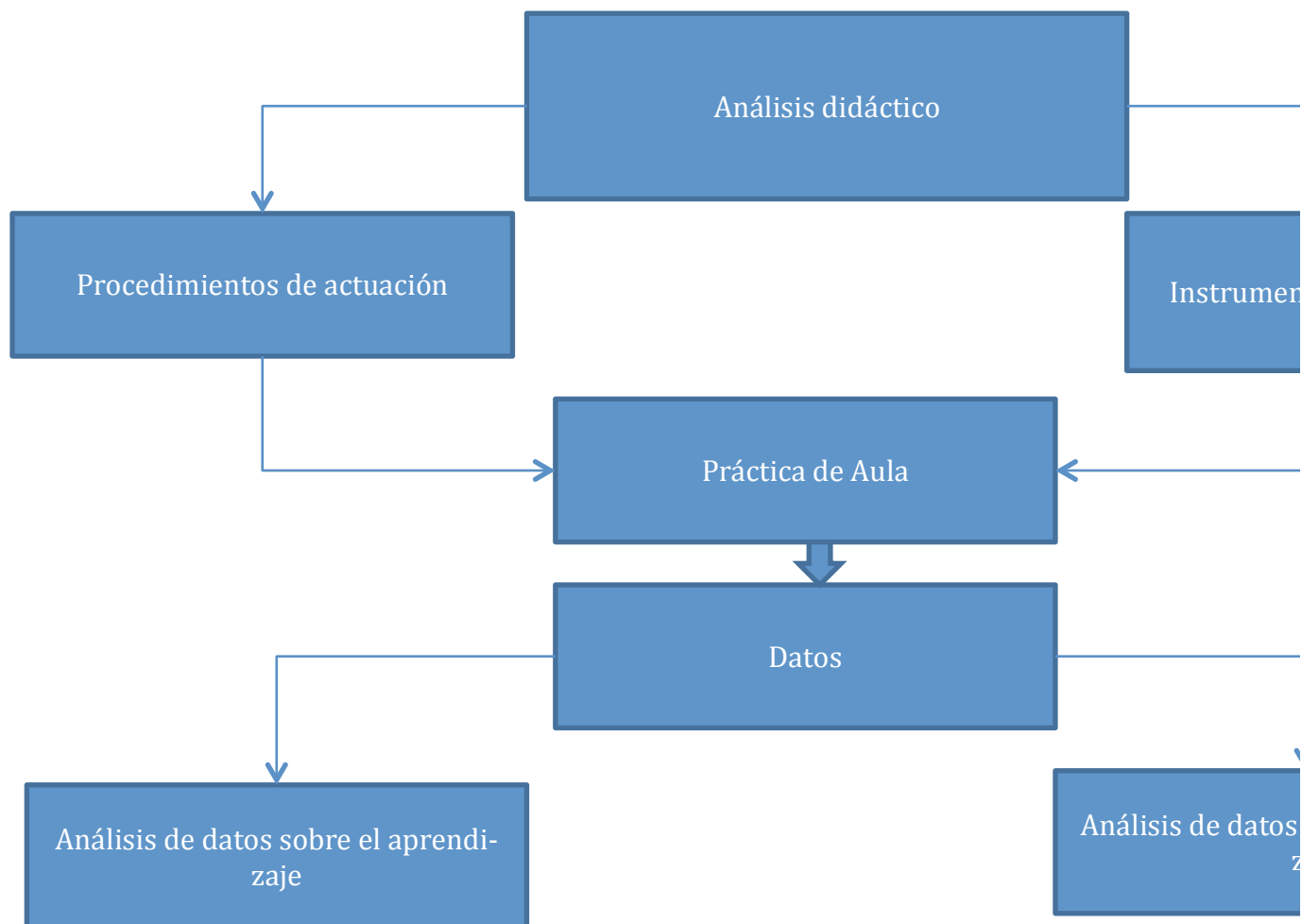


Figura 1. Objetos que surgen del análisis didáctico

Ambos grupos de objetos confluyen en la práctica de aula y permiten obtener una abundante cantidad de datos. Para facilitar su análisis, estos datos se clasificarán en lo que sigue como *datos sobre el aprendizaje* y *datos sobre la enseñanza* cuyo desglose será objeto de especificación durante todo este módulo.

El modelo de formación utilizado —el análisis didáctico— permite que del aprendizaje de los alumnos obtengamos datos relativos a los logros de capacidades y objetivos de carácter exclusivamente matemático, al desarrollo de capacidades generales de tipo actitudinal, al

desarrollo de la competencia matemática, a la evolución del proceso de aprendizaje (como los errores producidos y el seguimiento de caminos de aprendizaje).

En el ámbito de los datos que el profesor recoge para contrastar su planificación encuadramos todos los encaminados a contrastar sus previsiones sobre el contenido y las expectativas de aprendizaje, los datos que ayudarán a analizar los procedimientos de actuación en el aula que planeó en su diseño de instrucción y la información que le servirá para reajustar todos los instrumentos de evaluación diseñados (ver Figuras 2 y 3).

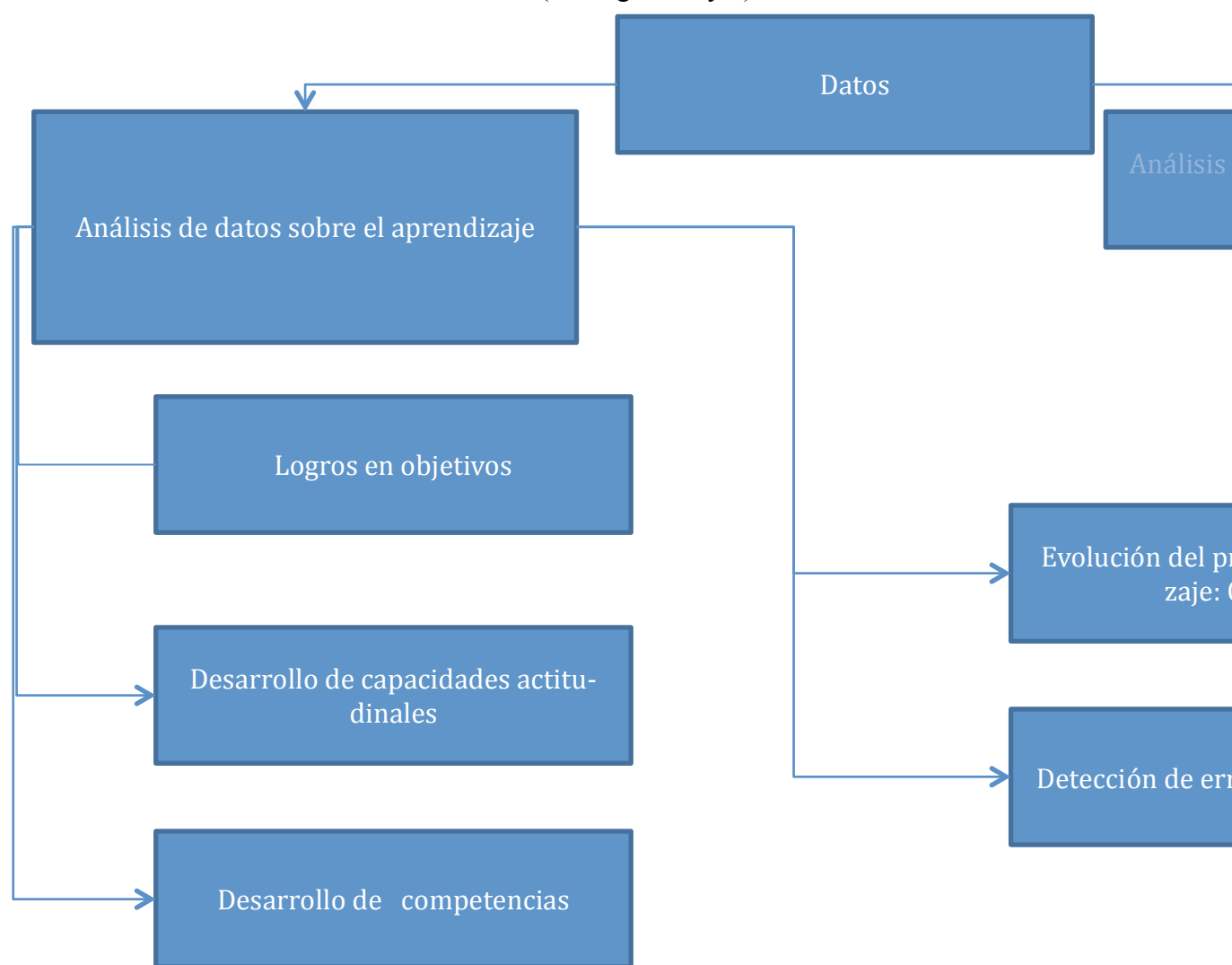


Figura 2. Datos sobre el aprendizaje

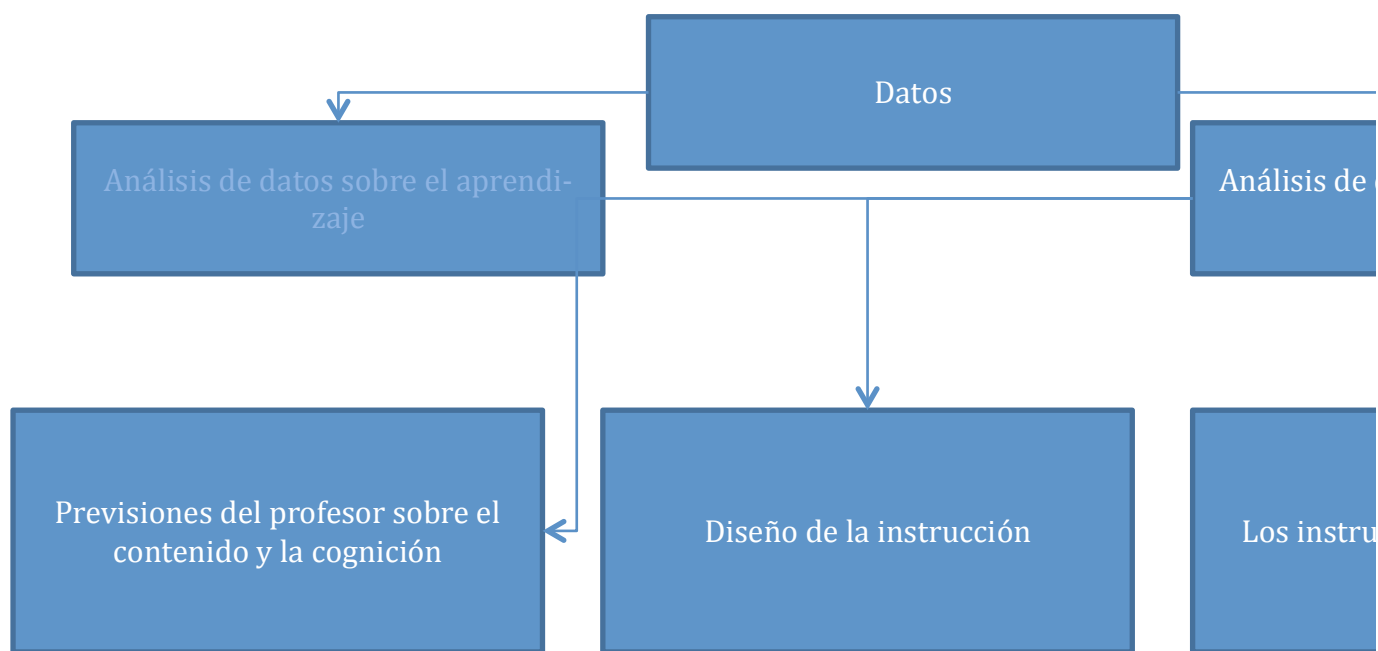


Figura 3. Datos sobre la enseñanza

A su vez, cada uno de los apartados en que hemos organizado los datos sobre el aprendizaje y la enseñanza permite diferenciar la información aún más. Este desglose de información se muestra en el siguiente esquema:

1. Con la etiqueta *aprendizaje del alumno* se han incluido los datos referidos a:
 - a) Logros alcanzados en objetivos asociados a conocimientos concretos en matemáticas.
 - b) Desarrollo de capacidades de tipo actitudinal ligadas a la autorregulación de aprendizajes.
 - c) Desarrollo de competencias ligadas a procesos de aprendizaje en las matemáticas como la comunicación, la modelación o la argumentación.
 - d) Evolución del proceso de aprendizaje: caminos de aprendizaje, bloqueos y errores.
 - e) Detección de errores y dificultades en el alumnado.
2. En el término *proceso de enseñanza* se incorporan los datos que permitirán contrastar con:
 - a) Las previsiones del profesor sobre el contenido y las expectativas de aprendizaje
 - i) Finalidades educativas, selección de los contenidos del aprendizaje
 - ii) Formulación de expectativas de aprendizaje
 - iii) Hipótesis de caminos de aprendizaje
 - iv) Hipótesis de errores
 - b) El diseño del profesor sobre la instrumentos y procedimientos de actuación para la instrucción:

- i) Diseño de tareas, secuencias de tareas. Complejidad de tareas.
 - ii) Procedimientos de actuación para atender necesidades específicas del alumnado como las ayudas ante los errores y el tratamiento de la diversidad de ritmos de aprendizaje.
 - iii) Procedimientos de actuación relativos a la gestión de las variables de aula como la regulación de tiempos y espacios, actividades fuera del aula, formas de agrupamiento e interacción entre alumnos y de los alumnos con el profesor.
 - iv) Procedimientos de actuación para desarrollar actitudes relacionadas con la autorregulación de aprendizajes.
 - v) La selección y criterios de gestión de los recursos y materiales didácticos que facilitan el aprendizaje del alumno.
- c) Los instrumentos de evaluación que el profesor diseña:
- i) Para evaluar logros de aprendizaje en el ámbito de la matemática.
 - ii) Para evaluar desarrollos de capacidades actitudinales y algunas competencias.
 - iii) Para evaluar la planificación y la práctica docente en el aula.

Esquema 1. Apartados del módulo

Los apartados de este esquema surgen del desarrollo de todos los módulos anteriores del curso y están ligados a las enseñanzas que se enfatizaron más en cada módulo.

Los Temas 1, 2, 3 y 4 de estos apuntes hacen mención, respectivamente al análisis de datos encaminados a evaluar logros de aprendizajes, desarrollos de competencias, desarrollos de capacidades actitudinales y procedimientos de actuación en el aula.

TEMA 1. ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS SOBRE LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EL AULA

PROCESOS QUE EVALUAR, INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN Y ORGANIZACIÓN DE DATOS

Las preguntas planteadas en el módulo anterior del sobre el análisis de actuación acerca del ¿qué y para qué evaluar? toman aquí, de nuevo, un importante significado organizador. En el análisis de actuación se propusieron y diseñaron una variedad de instrumentos de evaluación cuyo objeto es extraer toda la información necesaria para que profesor analice el proceso de enseñanza y aprendizaje en las diferentes especificaciones citadas en el esquema de la introducción a este módulo (Esquema 1). En este tema se centra la atención exclusivamente en apartado 1.1: los logros alcanzados en objetivos asociados a conocimientos concretos en matemáticas.

Partiendo de los instrumentos de evaluación diseñados, se proponen criterios de organización de los datos que se obtendrán, se reflexiona sobre algunas de las dificultades que puede tener el análisis de datos procedentes de ellos y se incorpora un mecanismo de ensayo para adquirir experiencia y prever dificultades cuando en el módulo siguiente se efectúe la corrección detallada y exhaustiva de los datos recogidos en la fase de implementación en el aula.

ALGUNAS FINALIDADES GENERALES DE LA RECOGIDA DE DATOS SOBRE APRENDIZAJES

La respuesta a la pregunta “¿para qué evaluar?” está muy ligada a los productos concretos que el sistema educativo demanda al profesor. Estos productos pueden asociarse con obligaciones de mera información a alumnos, padres incluso profesores del curso siguiente, o a decisiones calificación del desempeño para la promoción de curso. Pero también, los datos de la

evaluación pueden servir para retroalimentar actitudes en el alumnado ligadas a corregir sus propios errores e incrementar su destreza en la capacidad de regulación de su propio aprendizaje. Incluso, la información obtenida permite al profesor introducirse en análisis específicos de carácter innovador o investigador que ayuden a su formación, a un conocimiento más preciso del proceso de aprendizaje que siguen sus alumnos y a revisar su planificación y sus prácticas.

Si estas diferentes orientaciones que poseen los datos que el profesor recoge les denominamos finalidades de la recogida de datos podrían esquematizarse así:

- ◆ Ayudar al alumno para que sea más eficiente en su aprendizaje.
- ◆ Informar a los propios alumnos, padres y profesores sobre la evolución en el aprendizaje.
- ◆ Responder a la función social del profesor de dar fe y sancionar públicamente el conocimiento matemático y el progreso actitudinal de los alumnos.
- ◆ Mejorar la práctica docente del profesor.
- ◆ Realizar investigaciones o innovaciones en un tópico de enseñanza específico.

Se considera que un análisis previo a la recogida de la información consiste en precisar con qué finalidades y para qué productos va encaminada esta acumulación de datos. Es un paso previo, necesario. Precisar las funciones que se acaban de enunciar matiza de modo fundamental los instrumentos de evaluación que utilizemos y los datos a incluir en ellos.

No es igual recoger información sobre logros de alumnos si solamente se desea dar calificaciones cuantitativas del saber, que si se apuesta por desglosar la información en objetivos alcanzados, errores, etc. No es igual informar al profesor que dará clase a un alumno el curso siguiente que aprobó o suspendió el curso anterior, que especificarle un perfil de las competencias que desarrolló mejor o los contenidos en los que alcanzó peores logros. Para el profesor de un curso no es igual tener exclusivamente información de la calificación numérica global de un examen que conocer además las capacidades logradas, los errores que aparecieron y los bloqueos que resolvió en ciertos problemas.

Habitualmente, cada sistema educativo en sus normas de funcionamiento indica algunas de las funciones que tiene la información que el profesor recoge sobre el aprendizaje de los alumnos y la enseñanza. A medida que evolucionan, los países incorporan más recursos a la educación y aumentan los derechos de los ciudadanos. Mayor calidad en las ayudas al alumno para el aprendizaje, mejor información sobre los procesos de aprendizaje y metas alcanzadas, y, por supuesto, más garantías en los sistemas de evaluación sumativa y promoción de curso de los escolares forman parte de casi todos los programas electorales y las reformas educativas. También los gobiernos avanzan en su preocupación por incrementar la eficacia del profesional de la educación y facilitarle recursos que hagan más productivo su trabajo.

No obstante estos avances no son gratuitos y necesitan inmensas cantidades de recursos, infraestructuras, formación y sobreesfuerzo del profesorado que, si no están disponibles, generan frustraciones e involuciones en el sistema. En este módulo se busca también el equilibrio entre lo pretendido y lo posible desde el primer momento, tratando de conseguir que el sobreesfuerzo y los recursos que se pongan en juego estén en consonancia con los resultados previstos. En este instante toca precisar las finalidades a las que servirá esta recogida de información y análisis a posteriori.

El análisis didáctico que impregna todo el diseño del programa, considera, al menos, dos principios que orientan la respuesta a ¿para qué evaluar?

- ◆ Evaluar como apoyo al progreso en el aprendizaje del alumno
- ◆ Evaluar para modificar la práctica del profesor

Un avance en esta línea especificado ya en el Módulo 5 es el Assessment for Learning (Evaluar para aprender) (Crown, 2004) que incorpora otros principios más detallados y orientados en la línea de desarrollar la capacidad de aprender a aprender, mediante un manejo de los datos y técnicas de evaluación más sofisticado. Señalamos sus principios de acción fundamentales:

- ◆ compartir los objetivos de aprendizaje con los alumnos;
- ◆ ayudarles a saber y reconocer las expectativas que se pretenden;
- ◆ involucrarlos en la autoevaluación y evaluación conjunta;
- ◆ proporcionarles retroalimentaciones que los conduzcan a reconocer sus propios pasos en el aprendizaje y como lo han hecho;
- ◆ promover la confianza en sí mismos suficiente para creer que cualquier alumno puede mejorar; y
- ◆ involucrar al profesor y al alumnado en revisar y reflexionar sobre la información procedente de la evaluación.

En esta línea figuran algunas de las preguntas presentes en los instrumentos de evaluación diseñados y se ha sugerido que el profesorado diseñe procedimientos de actuación.

En la actividad 6.1 se espera que los grupos precisen finalidades para los instrumentos de evaluación que han diseñado.

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, VARIABLES Y TIPOS DE ANÁLISIS DE DATOS

Al ceñirnos en este tema a un estudio sobre logros en el aprendizaje solamente se enfoca la atención en los recuadros de segundo nivel de la Figura 4 (de izquierda a derecha) 1, 4, 5.

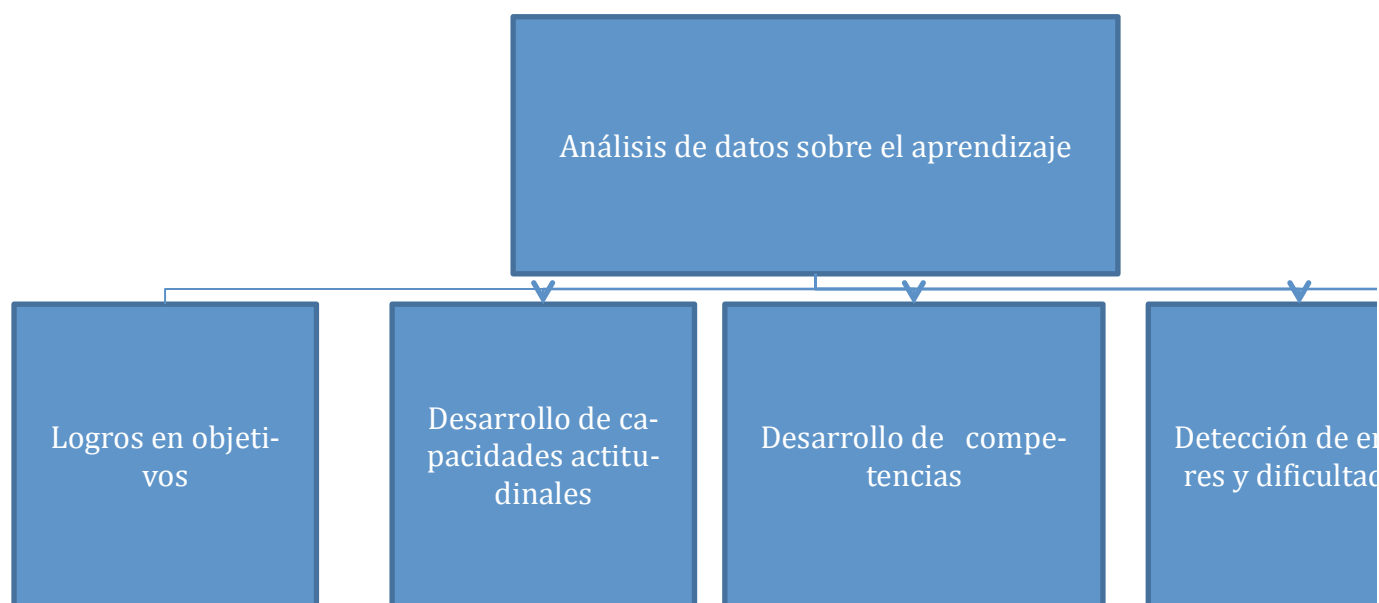


Figura 4. Focos de atención en el aprendizaje

La información necesaria se extraerá de dos grupos de instrumentos que hemos denominado “fuentes de observación directa”, en donde se recogen datos sobre logros en capacidades, objetivos y errores detectados por el profesor y “fuentes de observación complementaria” que pueden contener reflexiones y opiniones acerca de causas que han motivado la falta de consecución de logros o errores explicitados por el propio alumno. La Tabla 1 presenta los instrumentos de los dos tipos de fuentes y la actividad del módulo 5 en la que se generó.

Tabla 1

Instrumentos y Actividades de las Fuentes de Información

Instrumento	Actividad
Fuentes de información directa	
1. Prueba inicial diagnóstica	5.1
2. Parrilla de observación de caminos de aprendizaje	5.1
3. Rúbricas de valoración de tareas	5.3
4. Examen final de la secuencia	5.3
Fuentes de información complementaria	
5. Cuestionario de Evaluación de los Alumnos	5.3
6. Diario del Alumno	5.2
7. Diario del Profesor	5.3
8. Sistema de Evaluación	5.3

El diseño de estos instrumentos está abierto a los grupos de trabajo. Con objeto de ayudar a concretar las variables que cada grupo considerará para su análisis y hacia dónde pueden dirigir sus análisis se ha confeccionado la Tabla 2. Esta tabla, distribuida por columnas, indica

el instrumento de evaluación, algunas de las variables que en él se contienen (según el diseño de la actividad correspondiente en el Módulo 5) y una tercera columna con pistas acerca de tipos de análisis que en el módulo 7 se pueden abordar con las variables que se han precisado en la columna central.

Esta propuesta tentativa permite seleccionar los análisis de datos con los que cada grupo se sienta más cómodo por poseer información más detallada en sus instrumentos de evaluación.

Tabla 2

Ejemplos de Variables de análisis y Pistas sobre Tipos de Análisis para los Instrumentos de Evaluación

Ejemplos de variables de análisis	Pistas sobre tipos de análisis
1. Prueba Inicial diagnóstica	
Logros en capacidades y objetivos previos al desarrollo del nuevo tema	Evolución durante el desarrollo de la implementación de los logros de las capacidades y objetivos previos a la unidad didáctica no alcanzados en la prueba inicial (Instrumentos 1 y 3)

Tabla 2

Ejemplos de Variables de análisis y Pistas sobre Tipos de Análisis para los Instrumentos de Evaluación

Ejemplos de variables de análisis	Pistas sobre tipos de análisis
2. Parrilla de observación de caminos de aprendizaje	
<p>Caminos de aprendizaje de cada alumno y tarea</p> <p>Errores cometidos por cada alumno y tarea.</p> <p>Capacidades en las que se interrumpe un camino de aprendizaje (bloques)</p>	<p>Diferencias entre caminos planificados y caminos realizados</p> <p>Evolución de errores en diferentes momentos del aprendizaje (Instrumentos 2, 3, 4)</p>
3. Rúbricas de valoración de tareas	
<p>Niveles de desempeño alcanzados por cada alumno en la tarea evaluada</p> <p>Capacidades logradas para el desempeño en que se ha valorado a cada alumno</p>	<p>Clasificación de los alumnos según sus niveles de desempeño.</p> <p>Descripción de las dificultades aparecidas en la interpretación de los criterios de desempeño en términos de la tarea.</p>
4. Examen final de la secuencia	
<p>Errores cometidos por cada alumno</p> <p>Niveles de desempeño alcanzados por cada alumno en el examen</p> <p>Capacidades y objetivos logrados para el desempeño en que se ha valorado a cada alumno</p>	<p>Evolución de errores en diferentes momentos del aprendizaje (Instrumentos 2, 3, 4)</p> <p>Comparación entre porcentajes de niveles de desempeño del grupo entre varias</p>

Tabla 2

Ejemplos de Variables de análisis y Pistas sobre Tipos de Análisis para los Instrumentos de Evaluación

Ejemplos de variables de análisis	Pistas sobre tipos de análisis
	implementaciones de la misma planificación. Comparación entre errores persistentes en el examen final y la declaración de dificultades en el Cuestionario de Evaluación de los alumnos.
5. Cuestionario de evaluación de los alumnos	
Dificultades de aprendizaje manifestadas por el alumno.	Comparación entre calificación final de la unidad didáctica y autovaloración del alumno
Calificación con que el alumno se valora a sí mismo	Comparación entre los caminos de aprendizaje previstos por el profesor y las declaraciones de alumno de “pasos” al realizar una tarea. (Instrumentos 2y 5)
6. Diario del alumno	
Dificultades de aprendizaje declaradas por el alumno	Evolución de errores en diferentes momentos del aprendizaje (Instrumentos 2, 3, 4 y 6)

Tabla 2

Ejemplos de Variables de análisis y Pistas sobre Tipos de Análisis para los Instrumentos de Evaluación

Ejemplos de variables de análisis	Pistas sobre tipos de análisis
7. Diario del profesor	
Opiniones, reflexiones extraídas de la implementación y referidas a logros o a errores y dificultades del aprendizaje	Puede haber información complementaria a cualquiera de los tipos de análisis ya señalados
8. Sistema de evaluación	
Criterios de calificación en el tema Calificaciones obtenidas por cada alumno	Comparar los objetivos y capacidades logrados por el alumno en el examen final y en las tareas que contengan capacidades no evaluadas en el examen final, con la calificación obtenida por el alumno según el sistema de evaluación

CRITERIOS PARA VALORAR CAPACIDADES Y OBJETIVOS.

MODELOS DE REGISTRO DE LA INFORMACIÓN

En los instrumentos de evaluación diseñados se evalúan los logros de capacidades en la parilla de observación de caminos de aprendizaje y se establecen criterios de desempeño de objetivos asociados a tareas de modo que el desempeño en una tarea implica la consecución de varias capacidades referidas a un objetivo normalmente. Esto implica que la unidad de base de valoración en los logros de aprendizajes es la capacidad y en la verificación de caminos de aprendizaje también.

Veamos un ejemplo:

La estatua de Adenauer (Maaß, K. ,2006)

La foto de la Figura 4 muestra la cabeza de Adenauer primer presidente del Gobierno de Alemania del Oeste después de la 2ª Guerra mundial (1949-63) ¿Cuál sería el tamaño de la estatua si la foto no está trucada y presenta la misma escala desde la cabeza al pié?



Figura 4. Foto de Adenauer

Encuadrando esta actividad en una unidad didáctica de proporcionalidad aritmética se involucran en su resolución al menos estas capacidades:

1. Identificar segmentos proporcionales
2. Calcular la constante de proporcionalidad en segmentos proporcionales
3. Estimar y justificar la escala a la que se representa una figura
4. Dado un lugar conocido a escala interpretar la representación y obtener datos de la realidad que muestra.

¿Qué evidencias pueden obtenerse respecto al logro de estas capacidades en diferentes casos de resolución de la tarea?

Caso a)

Un alumno mide con una regla la estatua y presenta como solución esta medida. En este caso no se reconoce que sea necesario usar ninguna proporcionalidad. No hay logro en ninguna de las capacidades (ver Tabla 3).

Tabla 3

Capacidades Logradas en el Caso a)

Capacidad	Logro
-----------	-------

Tabla 3
Capacidades Logradas en el Caso a)

Capacidad	Logro
1	No
2	No
3	No
4	No

Caso b)

Un alumno mide la altura del niño y de la estatua. Obtiene la proporción entre ellas y no calcula la altura de la estatua aduciendo que le faltan datos. En este caso el alumno no alcanza a estimar medidas desconocidas ni la escala por ello (ver Tabla 4).

Tabla 4
Capacidades Logradas en el Caso b)

Capacidad	Logro
1	Sí
2	Sí
3	No
4	Sí

Caso c)

Una alumna mide la altura del niño más grande y la estatua. Estima que el niño mide 1.20 y calcula la medida de la estatua correctamente. En este caso tiene habilidades relativas a todas las capacidades pero podría haber elegido un modelo más preciso si mide el niño pequeño en lugar del niño grande ya que está más vertical y cometería menos error al sustituir la longitud de un segmento cuasi vertical por la medida del niño (ver Tabla 5).

Tabla 5
Capacidades Logradas en el Caso c)

Capacidad	Logro
1	Sí
2	Sí
3	Sí (parcialmente)
4	Sí

Este ejemplo muestra diversas posibilidades de valorar una capacidad:

- ◆ No hay evidencia sobre la capacidad aunque se responde a la tarea. Aparece esta situación en el caso a).
- ◆ No hay evidencia sobre la capacidad ya que no contesta a la tarea. Se puede considerar diferente del anterior ya que se desconoce del alumno hasta si existe la motivación para responder al reto de la tarea.
- ◆ No hay ningún desempeño de la capacidad. Aparece la situación en el caso b).
- ◆ No desempeña siempre la capacidad correctamente o desempeña parcialmente la capacidad. Aparece la situación en el caso c).
- ◆ Desempeña correctamente la capacidad siempre.

Modelos de Valoración de Capacidades

La medida del logro directo de capacidades o de objetivos por acumulación de éstas conlleva las valoraciones anteriores. Es posible registrar estas valoraciones de capacidades de modo explícito y exhaustivo una a una.

Un modelo menos preciso de registro de valoraciones de capacidades pero que requiere menos tiempo de corrección es el que se haría si solamente se anotan las valoraciones de capacidades claves en un objetivo. Estas capacidades ocupan una posición especial en el grafo del objetivo por alguna/s de estas razones:

- ◆ muestran la actividad esencial del mismo;
- ◆ se conoce por ensayos piloto o experiencia que son las que más frecuentemente producen bloqueos en el proceso de aprendizaje del objetivo;
- ◆ su realización supone la realización de la mayoría de las capacidades anteriores;
- ◆ la mayoría de los caminos de aprendizaje confluyen en ellas; o
- ◆ se ha insistido más en ellas en el aprendizaje.

También se ha trabajado como modelo la reducción de un grupo de capacidades a un criterio de desempeño sobre un objetivo. En este caso la valoración mediante una puntuación del criterio de desempeño aporta información global sobre el logro de varias capacidades a la vez pero no permite separarla.

La elección de cualquiera de los tres modelos depende de las finalidades de la evaluación que se hayan marcado. Por ejemplo, supongamos que un grupo está interesado en analizar los caminos de aprendizaje que siguen sus alumnos en varias de las tareas propuestas. Además pretende informar a los alumnos durante la implementación de los resultados de la evaluación informando de los criterios de desempeño de las tareas propuestas. Por último desea tener información sobre todos los errores cometidos por los alumnos para diseñar un material especial que les permita remediarlos después de haber realizado el examen final de la unidad.

En este supuesto, el registro de datos más adecuado y que abarca todas las posibilidades es un registro por capacidades logradas en cada tarea. En el caso del examen final podría bastar con registrar errores cometidos y evaluar por criterios de desempeño sin desglosar en valorar cada capacidad.

En un segundo ejemplo supongamos que un grupo de trabajo pretende seguir la evolución de algunas capacidades que se muestran en tareas de clase y en el examen final para determinar si los procedimientos de corrección de errores asociados a ellas han sido efectivos. Este caso implicaría corregir al nivel de capacidades tanto las tareas en que están presentes las capacidades y errores objeto de estudio como el examen final.

En síntesis, el tipo de análisis de datos pretendido condiciona el modelo con el que coregiremos y registraremos la información. El aumento de registros está en relación inversa al tiempo necesario para acumular la información, por lo cual la decisión acerca de los tipos de análisis que se van a acometer en la fase de conclusiones debe anticiparse al comienzo del análisis mismo.

Otras Variables: Errores, Objetivos y Calificación de Logros

Otra variable de las mismas características es el *tipo de error* cometido. También se puede hacer una observación exhaustiva o parcial en cada tarea. Según se ha analizado ya en el módulo sobre análisis cognitivo hay tantas variables como errores y sus descriptores son dicotómicos si hay evidencia sobre ellos.

La variable *objetivo* se construye a partir de las capacidades que lo integran de acuerdo con los criterios de logro establecidos en el módulo anterior

La *calificación de logros* que sirve para aprobar o suspender es otra variable resumen cuyo mecanismo de construcción se definió en el Sistema de evaluación Actividad 5.4.

Interpretación de los Datos

La presencia de datos y observaciones sobre las capacidades en diferentes momentos del proceso de aprendizaje hace que las interpretaciones de estos datos requiera un criterio y lugar específico. Por ejemplo:

- ◆ Un desempeño incorrecto de una capacidad o un error al analizar una tarea durante el proceso de aprendizaje no puede interpretarse igual que este desempeño incorrecto en una tarea realizada al final del tiempo que dedicamos al proceso de aprendizaje.
- ◆ Hay capacidades, como algunas de tipo comunicativo o relacionadas con la modelación matemática que no son bien observadas en pruebas tipo examen y requieren tareas amplias con más tiempo.
- ◆ Hay capacidades ligadas a estándares de procesos: comunicación, argumentación, modelación... que su desempeño evoluciona con más lentitud y permiten tomar observaciones con muchos instrumentos y en momentos diferentes permitiendo una observación más acumulativa. Hablaremos con más detalle en el tema 3 de este tipo de registros

La consideración de estos matices ayuda a precisar más el sistema de evaluación si incorporamos tanto los criterios de evaluación de capacidades referidas a procesos o de “largo recorrido” como los modos de ponderar la información sobre la misma capacidad u objetivo cuando se pueden obtener datos de sus logros en varios momentos del proceso de aprendizaje.

ORGANIZACIÓN DE DATOS

Los instrumentos diseñados en el módulo 5 tienen sus propias plantillas en las que se recoge información sobre diversas variables. No obstante, todas ellas tienen un campo que las conecta y es el alumno. En algún caso el logro o las observaciones sobre el grupo se asociarán como datos de la participación del alumno en el logro del grupo.

Organización de Datos Referidos a una Sola Tarea de Aula

Si el objeto de los análisis de datos previstos tuviese que ver con los logros, errores, dificultades y opiniones del alumnado referidos a una sola tarea de aula la información aparece en la parrilla de observación de caminos de aprendizaje y en la rúbrica. El diario del alumno de la tarea aporta también información sobre errores o sobre procedimientos de resolución de problemas cuyo detalle puede proporcionar información complementaria. Además, algunos aspectos complementarios aparecerán en el diario del profesor del día o días en que se ha desarrollado la tarea. Por tanto, análisis ligados a estudios específicos de logros en una tarea se circunscriben a esta fuente de información en la que tendremos tantos registros de datos como alumnos o grupos según sea la agrupación decidida al realizar la tarea.

El documento de registro base coincidiría con una tabla de doble entrada en la que por filas figuran los alumnos o grupos (registros en términos de base de datos) y por columnas las capacidades y errores o los diferentes criterios de logro y los errores (campos en lenguaje de base de datos). El orden de colocación de los datos en filas o columnas, obviamente es indiferente. La posibilidad de incorporar estas tablas a una hoja de cálculo facilita el proceso de pasar los datos para su registro al poder ocultar columnas o filas no necesarias en cada momento de la corrección (ver los ejemplos en las Figuras 5 y 6).

	Capacidades						Errores			
Alumnos	C1	C2	C3	...	Cs		E1	E2	...	Ev
Alumno 1										
Alumno 2										
...										
Alumno p										

Figura 5. Tabla en Excel para capacidades y errores

	Criterios de Logro						Errores			
Alumnos	Cr1	Cr2	Cr3	...	Crs		E1	E2	...	Ev
Alumno 1										
Alumno 2										
...										
Alumno p										

Figura 6. Tabla en Excel para criterios de logro y errores

Si se analizan en la misma tarea los caminos de aprendizaje realizados por el alumnado, los errores y se evalúan los criterios de logro puede manejarse como tabla base la de capacidades añadiendo nuevas columnas que, automáticamente calcule el desempeño obtenido para de cada criterio en función de la consecución o no de las capacidades que lo integren. La Figura 7 resume esta situación.

	Capacidades					Evaluación de Criterios de Logro			Errores			
Alumnos	C1	C2	C3	...	C7	VCr1	VCr2	VCr3	E1	E2	...	Ev
Alumno 1												
Alumno 2												
...												
Alumno p												

Figura 7. Capacidades, evaluación de criterios de logro y errores

En esta tabla suponemos que se evalúan siete capacidades y las tres primeras constituyen el primer criterio de logro, si añadimos la cuarta y quinta el segundo y junto con la sexta y séptima el tercero. Las columnas de cada capacidad agruparían las valoraciones de éstas y las columnas VCr1, VCr2, VCr3 incorporan los resultados de calcular, a partir de las capacidades indicadas para cada criterio, el desempeño de éste.

Organización de Datos Referidos al Examen Final del Tema

De igual forma, cuando los datos sobre los que se hace nuestro análisis se circunscriben al examen final de la secuencia el instrumento de organización de datos es análogo al presentado para la rúbrica de una tarea. Incorpora una fila informativa más en donde se indican las capacidades propias de cada tarea. Las columnas referidas a criterio de logro se pueden referir a todas las tareas o a capacidades de todo el examen. De cara a la información al alumnado es más tradicional referir los logros a cada tarea del examen aunque el profesor, para sus análisis pueda incorporar otras agrupaciones. La Figura 8 es un ejemplo que agrupa por tareas del examen los criterios de logros.

	Tareas												
	1				2				3				
	Capacidades			Evaluación de Criterios de Logro	Capacidades			Evaluación de Criterios de Logro	Capacidades			Evaluación de Criterios de Logro	Errores
Alumnos	C1	C2	C3	VCr1.1 VCr1.2	C4	C5	C6	VCr2.1 VCr2.2	C7	C8	C9	VCr3.1 VCr3.2	E1 E2 ... Ev
Alumno 1													
Alumno 2													
...													
Alumno p													

Figura 8. Agrupación de criterios de logro para tareas de un examen

Organización de Datos Referidos a Varios Tipos de Pruebas

También es posible realizar análisis de datos orientados a comparar los logros de capacidades o la permanencia de errores cuando avanza el proceso de aprendizaje. En estos casos la información procede de diferentes instrumentos de evaluación que han registrado instantáneas en el tiempo. Estos tipos de estudios necesitan mantener los mismos registros en todas las tablas de las que procede la información —los alumnos— y algunos campos comunes sobre los que se observa la evolución (capacidades o errores).

Un ejemplo de estas características puede consistir en comparar si logros de capacidades que se han analizado en caminos de aprendizaje o en rúbricas de tareas se mantienen o se incrementan en el examen final.

Otro ejemplo de este tipo es valorar si errores que han aparecido al analizar tareas durante el aprendizaje se mantienen persistentes en el examen final o desaparecen. Si este estudio se orienta como un recuento de los alumnos que cometen cada error en diferentes momentos, esta cifra es un dato global para el profesor que puede aprovechar para reflexionar sobre las ayudas de enseñanza que aportó para solucionar errores y su eficiencia.

Sin embargo, si la intención del profesor es un informe de detalle acerca de cómo se comporta cada alumno ante los errores durante el aprendizaje, es necesario hacer una comparación registro a registro (alumno a alumno) mostrando la evolución de los errores, diferenciando entre los que desaparecieron, los que aparecen y desaparecen y los que se mantienen persistentemente. Este dato es más valioso para insistir en el remedio de errores acercándose a la individualización del procedimiento de remedio o, si éste procedimiento es imposible, agrupando alumnos por tipos de errores semejantes y proponiendo que realicen, de una batería de actividades, las más adecuadas a cada perfil.

Por los instrumentos diseñados en el módulo 5 se infieren al menos tres tipos de tablas cuyo diseño está mencionado en las dos secciones anteriores.

- ◆ Tabla con información de la prueba diagnóstica inicial.
- ◆ Tablas con las rúbricas y caminos de aprendizaje de las tareas más analizadas y seleccionadas para los análisis pertinentes.
- ◆ Tabla del examen final.

Es posible, además que, para poner en práctica el sistema de evaluación previsto, sea necesario añadir otra tabla con la información relativa a capacidades de tipo actitudinal que se rellenará a partir de datos de regularidad en el trabajo, diario del alumno, cuaderno de tareas de casa del alumno, etc.

AJUSTES DE LOS INSTRUMENTOS DISEÑADOS PARA LA EVALUACIÓN DE LOGROS

Localizar Datos que Ayuden de Forma Complementaria a Analizar o Contrastar Logros

El diario del alumno, el diario del profesor y el cuestionario de evaluación final del alumno también registran información útil para analizar causas que afectan a los logros del alumnado. Tal y como se han diseñado en el módulo 5, al menos contienen interpretaciones y opiniones del propio alumno o del profesor sobre los errores cometidos, las dificultades que poseen y los pasos que siguieron al realizar una actividad. Procede ahora revisar y precisar la información que se recogerá de estos instrumentos extrayendo las preguntas que vayan orientadas a analizar y contrastar logros de aprendizaje matemático y diferenciándolas de las variables actitudinales. (En algún caso la pregunta formulada ha sido tan abierta que hasta que no se presente la respuesta será inviable clasificar el tipo de información).

En el tema 2 de este módulo se ampliará el marco las variables para disponer de opiniones sobre el desarrollo de competencias en el alumno en el sentido del estudio PISA (PISA, 2004). De igual forma el tema 3 aborda las variables que aportan información acerca del desarrollo de capacidades actitudinales. Por ello, aquí la búsqueda se ciñe a las cuestiones redactadas en cada uno de los instrumentos de evaluación complementarios para un estudio sobre logros.

Los siguientes son ejemplos de algunas cuestiones extraídas de los instrumentos de evaluación diseñados por los grupos en el módulo 5 cuyas respuestas pueden ayudar a contrastar los logros que mide el profesor y los declarados por el alumno:

- ◆ ¿Qué aprendió hoy?
- ◆ ¿En qué situaciones de tu vida diaria podrías aplicar el vocabulario relacionado con la adición y sustracción de números enteros?
- ◆ ¿Qué parte del tema de ecuaciones, crees que se debería afianzar?
- ◆ Determino la posición relativa de dos rectas cuando conozco sus ecuaciones.

Ensayo para Comprobar Instrumentos de Recogida de Datos

La interpretación y análisis de datos de todos los datos recogidos en la fase de implementación es objeto del módulo 7 de este programa. Sin embargo, para prever dificultades de interpretación e incorporar criterios de análisis es conveniente y útil realizar un ensayo de interpretación y clasificación de la información que se va recogiendo en la implementación antes de que finalice. Los resultados del ensayo acumulan experiencia para la fase siguiente, prevén dificultades de interpretación, permiten a iniciar una plantilla de criterios de interpretación y, si fuese imprescindible, dan información al profesor para reaccionar durante la implementación y explicar a los alumnos o reenfocar el sentido de algunas preguntas.

Este ensayo se puede organizar como sigue:

Elección de una Muestra Intencional (no Aleatoria) de Alumnos o Grupos para Probar los Instrumentos de Recogida de Datos

Los criterios para hacer esta elección deben buscar la variedad en los datos escogidos. Los conocimientos previos del alumnado, las observaciones del diario de clase obtenidas durante la implementación de las tareas o un repaso previo de las respuestas del alumnado ayudan a elegir una muestra que contenga tipos de respuestas diferentes en las variables que se consideren. (El momento de la implementación en que se realice este ensayo condiciona, obviamente los datos disponibles.)

A continuación se presentan diversas cuestiones que se pueden considerar al corregir esta muestra.

El caso de la parrilla de observación de caminos de aprendizaje

Capacidades con dificultades para detectar su logro: por no existir evidencias en el registro de datos; por no haberse contestado la tarea correspondiente; porque su realización está implícita cuando se desarrolla otra capacidad aunque no ocurra al contrario, es decir, que el hecho de detectar que una capacidad derivada no se ha desempeñado no implica que aquellas que lleva implícitas no se sepan desempeñar.

Necesidades de desglose en subcapacidades para facilitar la corrección.

Registro de evidencias empíricas que muestren desempeños de la/s capacidad/es. A medida que el profesorado corrige va incorporando en una ficha las evidencias que ha ido encontrando y que le han llevado a decidir que una capacidad se ha desempeñado o en qué forma se ha desempeñado parcialmente. Este registro permite ir formando un cuerpo de criterios homogéneos para corregir después el resto de tareas con las que se irá enriqueciendo.

Caminos de aprendizaje y errores (caminos, errores, bloqueos). Desde el enfoque de la información que le ayuda al profesor a planificar la enseñanza y modificarla en su caso, con

este análisis se trata de comprobar si la plantilla diseñada y los datos de la muestra permiten obtener conclusiones sobre los perfiles más frecuentes de alumnos ante este análisis. Estos perfiles se pueden configurar observando si: sigue correctamente alguno de los caminos previstos/ errores que comete/ se produce un bloqueo por lograr bien alguna capacidad.

Desde la perspectiva de una evaluación diagnóstica de los logros de los alumnos en el desarrollo de capacidades, nos interesa el análisis de datos que se deriva de los caminos de aprendizaje al menos para:

- ◆ Tener constancia de los errores cometidos y su dependencia de las capacidades en uso.
- ◆ Detectar las capacidades en las que se produce la concentración de desempeños erróneos y bloqueos y constatar si estas capacidades son clave en el grafo del objetivo.

A través del ensayo de corrección con la muestra observaremos si es posible extraer información suficiente para responder estas cuestiones.

El Caso de la Rúbrica de Tareas

En este instrumento el ensayo de corrección permite

- ◆ Iniciar la confección de una lista de criterios que ayuden a la toma de decisiones sobre las evidencias que implican cada valoración.
- ◆ Contrastar las capacidades efectivamente logradas con la valoración final del desempeño para verificar que el criterio de logro formulado es correcto. Cuando se corrige con un criterio que agrupa varias capacidades a la vez es posible sesgar la forma de corrección al alza o a la baja. Por eso el contraste entre capacidades analizadas por separado y criterio de logro puede detectar este sesgo.

El caso del examen final de la secuencia

El ensayo de corrección sobre el examen final de la secuencia, además de las cuestiones referidas en las rúbricas de tareas de aula se pueden analizar los criterios de logro para:

- ◆ Localizar los objetivos realmente logrados en alumnos con desempeños positivos y corregir sesgos posibles en los criterios de logro.
- ◆ Analizar si están los criterios de logro muy afectados por el peso de una o muy pocas capacidades. Vista la corrección de algunas pruebas ¿Existe equilibrio en los criterios de logro entre las capacidades que responden a diferentes aspectos de la competencia matemática, comprensión, uso de procedimientos y aplicación?

APORTACIONES DE INVESTIGACIONES DE TIPO INTERNACIONAL Y NACIONAL EN EL ÁMBITO DE LA MATEMÁTICA

Acercarse al diseño de estudios nacionales e internacionales sobre logros en el aprendizaje matemático puede aportar al profesor valiosas pistas para planificar su propia actuación docente. No conviene quedarse en el mero conocimiento del lugar que ocupan los países en un ranking. El profesor mediante un análisis más detallado que el periodístico de los informes disponibles llega a obtener datos sobre estructura, diseño de tareas y criterios de logros para:

- ◆ Observar como las tareas diseñadas en los estudios se orientan en direcciones, tal vez poco frecuentadas por el profesor y se necesite una reorientación en su trabajo en el aula.

- ◆ Tomar nota y adaptar a su situación aquellas tareas más originales que sirvan para medir algunas capacidades más difíciles de observar su logro.
- ◆ Valorar los niveles de dificultad y complejidad cognitiva que se manejan en estos estudios y situar sus expectativas en consonancia.
- ◆ Incorporar mecanismos que equilibren y complementen sus propias pruebas de evaluación al estudiar las decisiones tomadas en estos estudios y los criterios manejados para seleccionar ítems.
- ◆ Valorar los formatos de tarea más adecuados a sus intenciones y condiciones.
- ◆ Tomar algunas orientaciones que faciliten la adaptación de la planificación previa al alumnado en su medio social, extraídas de los resultados que ofrecen estos informes sobre logros de aprendizaje y contextos en los que se realiza la enseñanza.

En este módulo se hará referencia a tres pruebas de ámbito diferente: TIMSS y PISA —de ámbito internacional— y las pruebas SABER en Colombia.

Evaluaciones Internacionales: Diferencias y Semejanzas entre TIMSS y PISA

Ambos informes se aplican en un ámbito amplio de países. De un informe TIMSS extraemos sus principales semejanzas y diferencias que se presentan en la Tabla 6.

Tabla 6

TIMSS y PISA: Semejanzas y Diferencias

Semejanzas	Diferencias
· El objetivo último de la evaluación es la obtención de indicadores de resultado de los sistemas educativos de los países participantes	· La evaluación TIMSS es fundamentalmente curricular, mientras que la evaluación PISA evalúa el nivel del alumnado con respecto a los conocimientos y destrezas para la vida
· Proporcionan una radiografía actual y de evolución en el tiempo sobre los rendimientos del alumnado de los países participantes	· La prueba TIMSS abarca las áreas de matemáticas y de ciencias mientras que PISA añade a éstas la lectura
· Presentan las diferencias aparecidas entre países y descubren los elementos clave para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje	· TIMSS evalúa al alumnado de 2º curso de la ESO mientras que PISA evalúa a alumnado de 15 años independientemente del curso en que se encuentre en el momento de realizar la prueba
· Entregan datos fiables desde el punto de vista del rigor estadístico, que permiten análisis primarios muy exhaustivos y que se entregan a la sociedad para Posibles análisis secundarios	· TIMSS proporciona datos de contexto sobre profesorado de matemáticas y de ciencias, mientras que en PISA no se recoge este tipo de información

Como el Informe PISA ya se ha trabajado en otros módulos solamente desarrollamos aquí de forma somera algunas cuestiones del informe TIMSS

TIMSS

Marco Curricular de TIMSS

Este estudio trata de obtener información acerca del currículo pretendido, el aplicado y el alcanzado (Figura 9).

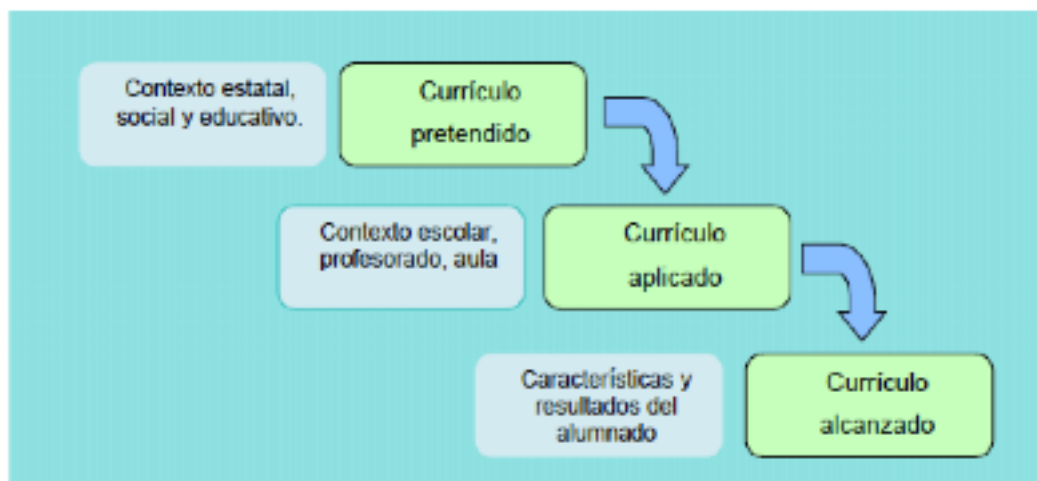


Figura 9. Modelo curricular de TIMSS

Dominios cognitivos en TIMSS 2007

Para resolver adecuadamente los ítems de matemáticas de esta evaluación no sólo es necesario estar familiarizado con ciertos contenidos matemáticos sino que además se deben poseer determinadas habilidades cognitivas, denominadas por TIMSS dominios cognitivos, y que se han descrito de la siguiente forma:

- ◆ Conocimiento: se refiere a los hechos, procedimientos y conceptos que el alumnado precisa conocer.
- ◆ Aplicación: se centra en la habilidad del alumnado para aplicar el conocimiento y la comprensión conceptual en la respuesta a cuestiones o en la resolución de problemas.
- ◆ Razonamiento: exige que el alumnado se enfrente a situaciones nuevas y a problemas complejos en contextos no habituales.

Estas habilidades o destrezas están estrechamente relacionadas con las áreas de contenido, de manera que cada una de estas últimas incluye ítems de las tres habilidades o dominios cognitivos.

Distribución de Ítems en TIMSS 2007

En la Figura 10 se presenta la distribución de ítems en TIMSS 2007.

Distribución de los ítems de Matemáticas por dominios cognitivos

Dominios cognitivos	Nº ítems	% ítems	Subáreas temáticas
Conocimiento	81	38	<ul style="list-style-type: none"> Memorizar definiciones, términos, propiedades de los números y propiedades geométricas. Reconocer objetos, formas, números y expresiones matemáticas. Realizar cálculos empleando las operaciones de suma, resta, multiplicación y división o una combinación de ellas con números enteros, fracciones y decimales. Obtener información de gráficas, tablas u otras fuentes. Realizar medidas o estimaciones de medidas con los instrumentos apropiados. Clasificar y ordenar objetos, formas, números o expresiones.
Aplicación	88	41	<ul style="list-style-type: none"> Seleccionar las operaciones, métodos o estrategias apropiadas para la resolución del problema. Representar datos en diagramas, tablas o gráficas. Generar modelos tales como una ecuación o un diagrama para solucionar problemas habituales. Ejecutar instrucciones matemáticas.
Razonamiento	46	21	<ul style="list-style-type: none"> Analizar la información dada y hacer inferencias válidas a partir de ella. Hacer generalizaciones de resultados. Combinar diferentes resultados y procedimientos matemáticos. Establecer nexos entre diferentes ideas relacionadas. Justificar la veracidad o falsedad de una afirmación en base a unos resultados o propiedades matemáticas. Aplicar procedimientos matemáticos en la resolución de problemas en contextos complejos y poco habituales.
TOTAL	215	100	

Figura 10. Distribución de ítems en TIMSS 2007

Porcentajes de ítems por Dominio Cognitivo

La Figura 11 presenta los porcentajes de ítems por dominio cognitivo.

DOMINIOS COGNITIVOS	Número de ítems de respuesta múltiple	Número de ítems de respuesta construida	Número total de ítems	Número total de puntos otorgados (*)	Porcentaje de puntos otorgados
Conocimiento	54	27	81	83	35%
Aplicación	48	40	88	98	41%
Razonamiento	15	31	46	57	24%
Total	117	98	215	238	100%

Figura 11. Distribución de ítems y de puntuación por dominios cognitivos en matemáticas

Niveles TIMSS de rendimiento

La Figura 12 presenta los niveles de rendimiento.

Nivel internacional avanzado (>625)

Los alumnos y alumnas son capaces de organizar y extraer conclusiones a partir de la información, pueden generalizar, y resolver problemas no rutinarios. Pueden resolver distintos problemas de ratios, proporciones y porcentajes. Aplican sus conocimientos sobre relaciones y conceptos numéricos y algebraicos. Expresan generalizaciones de forma algebraica y modelan situaciones. Aplican sus conocimientos de geometría a problemas complejos y logran extraer y utilizar datos de diversas fuentes para resolver problemas de varias operaciones.

Nivel internacional alto (625-550)

Los alumnos y alumnas pueden aplicar su comprensión y conocimiento a una variedad de situaciones relativamente complejas. Pueden realizar cálculos y establecer equivalencias entre fracciones, decimales y porcentajes, operar con números enteros negativos, y resolver problemas que impliquen proporciones. Trabajan con expresiones algebraicas y ecuaciones lineales. Utilizan sus conocimientos sobre las propiedades geométricas para resolver problemas, incluyendo el área, el volumen, y los ángulos. Pueden interpretar datos en una variedad de gráficos y tablas y resolver problemas simples de probabilidad.

Nivel internacional intermedio (550-475)

Los alumnos y alumnas pueden aplicar sus conocimientos matemáticos básicos a situaciones sencillas. Pueden sumar y multiplicar para resolver problemas de una operación con números enteros y decimales. Pueden trabajar con fracciones conocidas. Entienden las relaciones algebraicas simples. Demuestran comprensión de las propiedades de los triángulos y de los conceptos geométricos básicos. Pueden leer e interpretar gráficos y tablas. Reconocen nociones básicas de probabilidad.

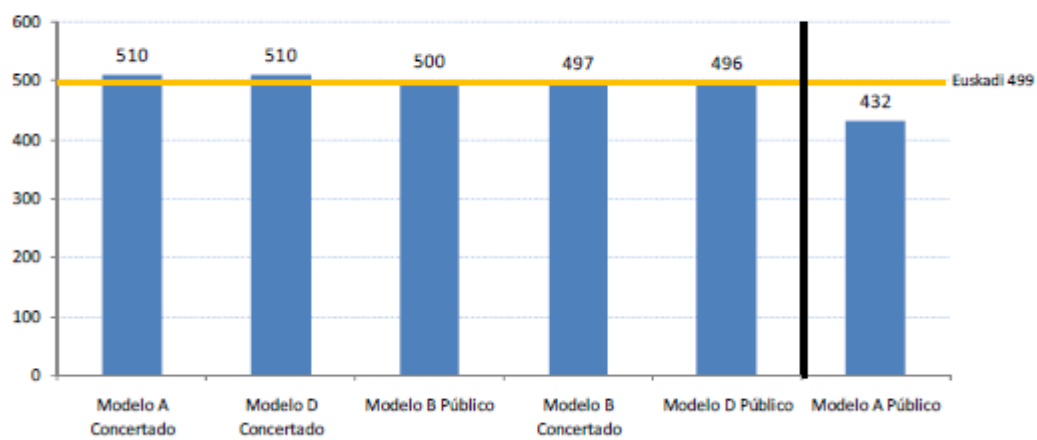
Nivel internacional bajo (475-400)

Los alumnos y alumnas tienen algún conocimiento sobre los números enteros y los decimales, las operaciones y las gráficas básicas.

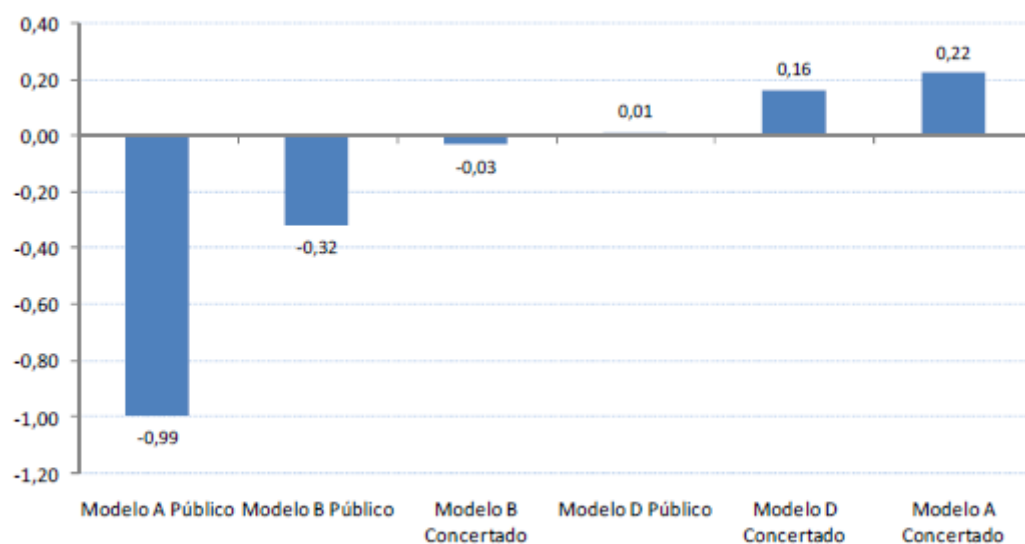
Figura 12. Niveles internacionales de rendimiento en matemáticas en TIMSS 2007

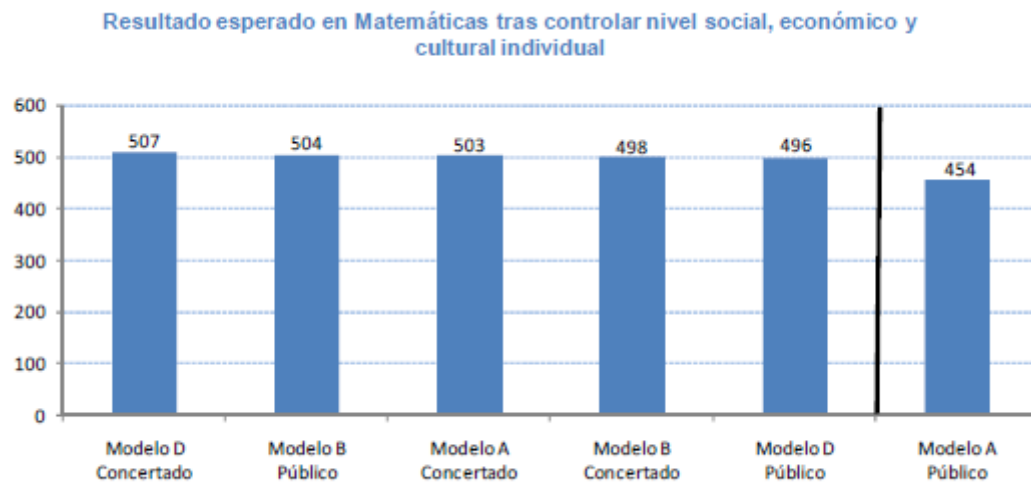
Índices Socioeconómicos y Niveles de Rendimiento

Puntuación en Matemáticas por estratos



Índice económico, social y cultural de la prueba TIMSS 2007 por estrato





TIMSS 2007. Resultados por dominios cognitivos. Porcentajes de ítems por dominio cognitivo

Distribución de ítems y de puntuación por dominios cognitivos en Matemáticas

DOMINIOS COGNITIVOS	Número de ítems de respuesta múltiple	Número de ítems de respuesta construida	Número total de ítems	Número total de puntos otorgados (*)	Porcentaje de puntos otorgados
Conocimiento	54	27	81	83	35%
Aplicación	48	40	88	98	41%
Razonamiento	15	31	46	57	24%
Total	117	98	215	238	100%

Resultados globales por dominios cognitivos

Rendimiento medio en los dominios cognitivos de Matemáticas		2º ESO		TIMSS 2007 Matemáticas	
Países	Puntuaciones medias en los dominios cognitivos de Matemáticas				
	Conocimiento		Aplicación		Razonamiento
Australia	500 (3,4)		487 (3,3)	↓	502 (3,3)
Bulgaria	458 (4,8)	↓	477 (4,7)	↓	455 (4,7)
Colombia	384 (3,7)	↓	364 (3,4)	↓	416 (3,3)
Columbia Británica, Canadá	509 (3,1)	↑	504 (2,9)		510 (3,3)
Corea	595 (2,8)	↑	596 (2,5)	↑	579 (2,3)
Dubai, EAU	456 (2,9)	↓	469 (2,3)	↓	465 (2,8)
Escocia	489 (3,7)	↓	481 (3,3)	↓	495 (3,3)
Eslovenia	503 (2,0)		500 (2,2)		496 (2,5)
Estados Unidos	503 (2,9)		514 (2,6)	↑	505 (2,4)
Euskadi	495 (3,0)		501 (2,9)		496 (3,5)
Federación Rusa	510 (3,7)	↑	521 (3,9)	↑	497 (3,6)
Hong Kong-China	569 (5,9)	↑	574 (5,4)	↑	557 (5,6)
Hungría	513 (3,1)	↑	518 (3,3)	↑	513 (3,2)
Indonesia	398 (3,7)	↓	397 (4,0)	↓	405 (3,3)
Inglaterra	514 (4,9)	↑	503 (4,0)		518 (4,3)
Israel	456 (4,1)	↓	473 (3,7)	↓	462 (4,1)
Italia	483 (2,9)	↓	476 (3,0)	↓	483 (2,8)
Japón	565 (2,2)	↑	560 (2,2)	↑	568 (2,4)
Jordania	422 (4,1)	↓	432 (4,2)	↓	440 (3,6)
Lituania	511 (2,4)	↑	508 (2,5)	↑	486 (2,5)
Massachusetts, EEUU	542 (4,4)	↑	546 (4,5)	↑	543 (4,1)
Media escala TIMSS	500 (0,0)		500 (0,0)		500 (0,0)
Minnesota, EEUU	530 (4,8)	↑	532 (4,6)	↑	523 (4,2)
Noruega	477 (2,2)	↓	458 (1,8)	↓	475 (2,3)
Ontario, Canadá	518 (3,7)	↑	505 (3,2)		521 (3,2)
Qatar	305 (1,4)	↓	307 (1,4)	↓	
Quebec, Canadá	529 (3,1)	↑	520 (2,7)	↑	524 (3,0)
República Checa	504 (2,7)		502 (2,5)		500 (2,6)
Rumanía	462 (4,0)	↓	470 (4,2)	↓	449 (4,6)
Serbia	478 (3,3)	↓	500 (3,2)		474 (3,3)
Suecia	497 (2,0)		478 (2,0)	↓	490 (2,6)
Tailandia	446 (4,7)	↓	436 (4,8)	↓	456 (4,4)
Taipei-China	592 (4,2)	↑	594 (4,5)	↑	591 (4,1)
Túnez	423 (2,4)	↓	421 (2,6)	↓	425 (2,3)

↑ Puntuación media significativamente mayor que la media de la escala TIMSS

↓ Puntuación media significativamente menor que la media de la escala TIMSS

↑ Puntuación media significativamente mayor que la media de la escala TIMSS

↓ Puntuación media significativamente menor que la media de la escala TIMSS

Fuente: IEA, Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)

Pisa 2003 Niveles de Dificultad por Tipo de Contenido

Por ser de interés para la actividad de este módulo solo reproducimos los niveles de dificultad por contenidos y dominio cognitivo según PISA para los contenidos cambio y relaciones, cantidad y espacio y forma.

Figura 2.8 ■ Descripciones resumidas de los seis niveles de competencia en la escala de matemáticas cambio y relaciones

Nivel	Competencias generales que deben tener los alumnos en cada nivel	Tareas específicas que los alumnos deben ser capaces de realizar
6	<i>El 5% de los alumnos del área de la OCDE pueden realizar tareas del nivel 6 en la escala cambio y relaciones</i>	
	Utilizar una comprensión significativa, razonamiento abstracto, técnicas de argumentación, conocimientos técnicos y convenciones para resolver problemas y generalizar soluciones matemáticas a problemas complejos del mundo real	<ul style="list-style-type: none"> – Interpretar información matemática compleja en el contexto de una situación real desconocida – Interpretar funciones periódicas en un entorno real, realizar los cálculos pertinentes dados unos condicionamientos – Interpretar información compleja oculta en el contexto de una situación real desconocida – Interpretar textos complejos y utilizar el razonamiento abstracto (basado en la comprensión de las relaciones) para resolver problemas – Uso comprensivo del álgebra o los gráficos para resolver problemas; capacidad de manejar expresiones algebraicas para traducir una situación real – Solución de problemas basada en el razonamiento proporcional complejo – Estrategias de solución de problemas en varios pasos que implican el uso de fórmulas y cálculos – Idear una estrategia y solucionar el problema utilizando el álgebra o por ensayo y error – Identificar una fórmula que describa una situación compleja del mundo real y generalizar los hallazgos exploratorios para crear una fórmula resumida – Generalizar los hallazgos exploratorios con el fin de llevar a cabo los cálculos – Aplicar la comprensión geométrica profunda para trabajar con patrones complejos y generalizarlos – Conceptualizar cálculos de porcentajes complejos – Comunicar de forma coherente el razonamiento y los argumentos lógicos
5	<i>El 15% de los alumnos del área de la OCDE pueden realizar tareas como mínimo del nivel 5 en la escala cambio y relaciones</i>	
	Resolver problemas mediante el uso avanzado de expresiones algebraicas y expresiones y modelos matemáticos formales de otro tipo; enlazar las representaciones matemáticas formales con situaciones complejas del mundo real; utilizar habilidades de solución de problemas en varios pasos, reflexionar sobre razonamientos y argumentos y comunicarlos	<ul style="list-style-type: none"> – Interpretar fórmulas complejas en un contexto científico – Interpretar funciones periódicas en un entorno real, realizar los cálculos pertinentes – Utilizar estrategias avanzadas de solución de problemas – Interpretar y relacionar información compleja – Interpretar y aplicar condicionamientos – Identificar y poner en práctica una estrategia adecuada – Reflexionar sobre la relación entre una fórmula algebraica y los datos subyacentes – Utilizar razonamiento proporcional complejo, por ejemplo, relacionado con índices – Analizar y aplicar una fórmula determinada en una situación del mundo real – Comunicar los razonamientos y argumentos
4	<i>El 32% de los alumnos del área de la OCDE pueden realizar tareas como mínimo del nivel 4 en la escala cambio y relaciones</i>	
	Entender y trabajar con múltiples representaciones, incluidos modelos matemáticos explícitos de situaciones del mundo real, para resolver problemas prácticos; emplear una flexibilidad considerable en la interpretación y el razonamiento, también en contextos desconocidos, y comunicar las explicaciones y los argumentos resultantes	<ul style="list-style-type: none"> – Interpretar gráficos complejos y leer uno o múltiples valores de los gráficos – Interpretar representaciones complejas y desconocidas de situaciones del mundo real – Utilizar representaciones múltiples para resolver un problema práctico – Relacionar información basada en textos con una representación gráfica y comunicar las explicaciones – Analizar una fórmula que describa una situación del mundo real – Analizar situaciones tridimensionales incluyendo el volumen y funciones relacionadas – Analizar un modelo matemático dado que implique una fórmula compleja

Pruebas SABER Grado 9 Dominios Cognitivos

Las Pruebas Saber Grado 9 en Colombia se constituyen como exámenes nacionales para toda la población escolar con función diagnóstica sobre los niveles de dominio de la población colombiana (ICFES, 2011).

Se organizan los dominios cognitivos en tres competencias: comunicación, razonamiento y resolución. Cada competencia se refiere a tres grupos de contenidos: numérico-variacional,

geométrico métrico y aleatorio. Las tablas siguientes muestran los descriptores de cada competencia referidos a estos contenidos

Competencia: comunicación

Componente	Afirmación: El estudiante...
Numérico-variacional	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan 2. Identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes 3. Establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas 4. Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos

Componente	Afirmación: El estudiante...
	5. Describe y representa situaciones de variación relacionando diferentes representaciones
Geométrico-métrico	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representa y reconoce objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas 2. Identifica características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica 3. Reconoce y aplica transformaciones de figuras planas 4. Identifica relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud 5. Diferencia atributos mensurables de diversos objetos
Aleatorio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpreta y utiliza conceptos de media, mediana y moda y explicita sus diferencias en distribuciones diferentes 2. Compara, usa e interpreta datos que provienen de situaciones reales y traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos 3. Reconoce la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno 4. Reconoce relaciones entre un conjunto de datos y sus representaciones

Competencia: razonamiento

Componente	Afirmación: El estudiante...
Numérico-variacional	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce patrones en secuencias numéricas 2. Interpreta y usa expresiones algebraicas equivalentes 3. Interpreta tendencias que se presentan en un conjunto de variables relacionadas 4. Usa representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa 5. Reconoce el uso de propiedades y relaciones de los números reales 6. Desarrolla procesos inductivos, deductivos desde el lenguaje algebraico para verificar conjeturas acerca de los números reales
Geométrico-métrico	<ol style="list-style-type: none"> 1. Construye argumentaciones formales y no formales sobre propiedades y relaciones de figuras planas 2. Hace conjeturas y verifica propiedades de congruencias y semejanza entre figuras bidimensionales 3. Generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos 4. Utiliza técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas 5. Predice y compara los resultados de aplicar transformaciones rígidas (rotación, traslación y reflexión) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte
Aleatorio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Hace conjeturas acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando proporcionalidad

Numérico-variacional	<ol style="list-style-type: none"> 2. Resuelve problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmicación 3. Resuelve problemas en situaciones de variación y modela situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos
Geométrico-métrico	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resuelve problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida 2. Resuelve y formula problemas usando modelos geométricos 3. Establece y utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes 4. Resuelve y formula problemas que requieran técnicas de estimación
Aleatorio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Usa e interpreta medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos 2. Resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular 3. Hace inferencias a partir de un conjunto de datos 4. Plantea y resuelve situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad

Niveles de Desempeño en Pruebas SABER Grado 9

Cuadro A.4. Descripción de los niveles de desempeño establecidos en matemáticas, noveno grado

Nivel	Descripción
Avanzado (456 – 500)	Además de lograr lo definido en los dos niveles precedentes, el estudiante promedio de este nivel: <ul style="list-style-type: none"> • Pasa de la representación algebraica a las propiedades de una función o sucesión y viceversa • Establece equivalencias entre expresiones algebraicas y numéricas • Enuncia propiedades relativas a determinados subconjuntos numéricos • Caracteriza una figura en el plano que ha sido objeto de varias transformaciones • Halla áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos • Usa criterios de semejanza y congruencia • Evalúa la correspondencia entre una forma de representación y los datos • Encuentra probabilidades utilizando técnicas de conteo
Satisfactorio (346 – 455)	Además de lograr lo definido en el nivel precedente, el estudiante promedio de este nivel: <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza las propiedades de la potenciación, radicación y/o logaritmicación para solucionar un problema • Utiliza expresiones algebraicas y representaciones gráficas para modelar situaciones sencillas de variación • Establece relaciones entre los sólidos y sus desarrollos planos • Reconoce y aplica movimientos rígidos a figuras planas en un sistema de coordenadas • Compara atributos medibles de uno o varios objetos o eventos • Hace conjeturas acerca de fenómenos aleatorios sencillos
Mínimo (234 – 345)	El estudiante promedio de este nivel: <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce distintas maneras de representar una función • Soluciona problemas en contextos aditivos y multiplicativos • Identifica algunas propiedades de figuras planas y sólidos • Establece relaciones entre dimensionalidad y magnitud • Identifica algunos movimientos rígidos en el plano • Utiliza formas de representación convencionales para describir fenómenos de las ciencias sociales o naturales
Insuficiente (100 – 233)	• El estudiante promedio ubicado en este nivel no demuestra los desempeños mínimos establecidos

Para posicionar los criterios de logro que el profesor establece en su aula respecto a las medidas de evaluaciones externas es interesante efectuar una comparación entre los criterios de logro de objetivos establecidos en el sistema de evaluación en el módulo 5 y los niveles de logros (1 a 6) que establece el Informe PISA que es el más detallado (Actividad 6.1) y hoja de trabajo 1_2.

En los temas siguientes efectuaremos otros acercamientos al Informe PISA 2003 desde otros enfoques.

REFERENCIAS

- * Department for Education and Skills (2004). *Pedagogy and Practice: Teaching and Learning in Secondary Schools. Unit 12: Assessment for learning*. Norwich, Inglaterra: Autor.
- * Department for Education and Skills (2004). *Secondary mathematics planning handbook: Developing your scheme of work Spring 2010*. Norwich, Inglaterra: Autor.
- ICFES (2011). *Pruebas Saber Grado 9*. Bogotá, Colombia: Autor.
- * Hiebert, J., Morris, H., Glassemann, B. (2003). To learn to teach an “experiment” model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* 6(3), 201–222.
- Maaß, K. (2006) What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.

* OCDE (2004). Informe PISA 2003. *Aprender para el mundo del mañana*. Madrid, España: Santillana.

ISEI-IVEI (2007). *TIMSS Informe TIMSS 2007. Resultados en Matemáticas y Ciencias en el País Vasco*. Bilbao, España: Autor.

Es importante hacer un acercamiento más detallado a los documentos marcados con un asterisco.

TEMA 2: INSTRUMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS SOBRE EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS

INTRODUCCIÓN

El proceso de aprendizaje también genera datos observables desde la perspectiva del desarrollo de la competencia matemática. Al situarse en los ámbitos que en este módulo se han marcado para el análisis de datos, se incorpora en este tema una nueva perspectiva estructurada junto a las demás en esta figura que resume parte del objeto de trabajo pretendido (ver Figura 1).

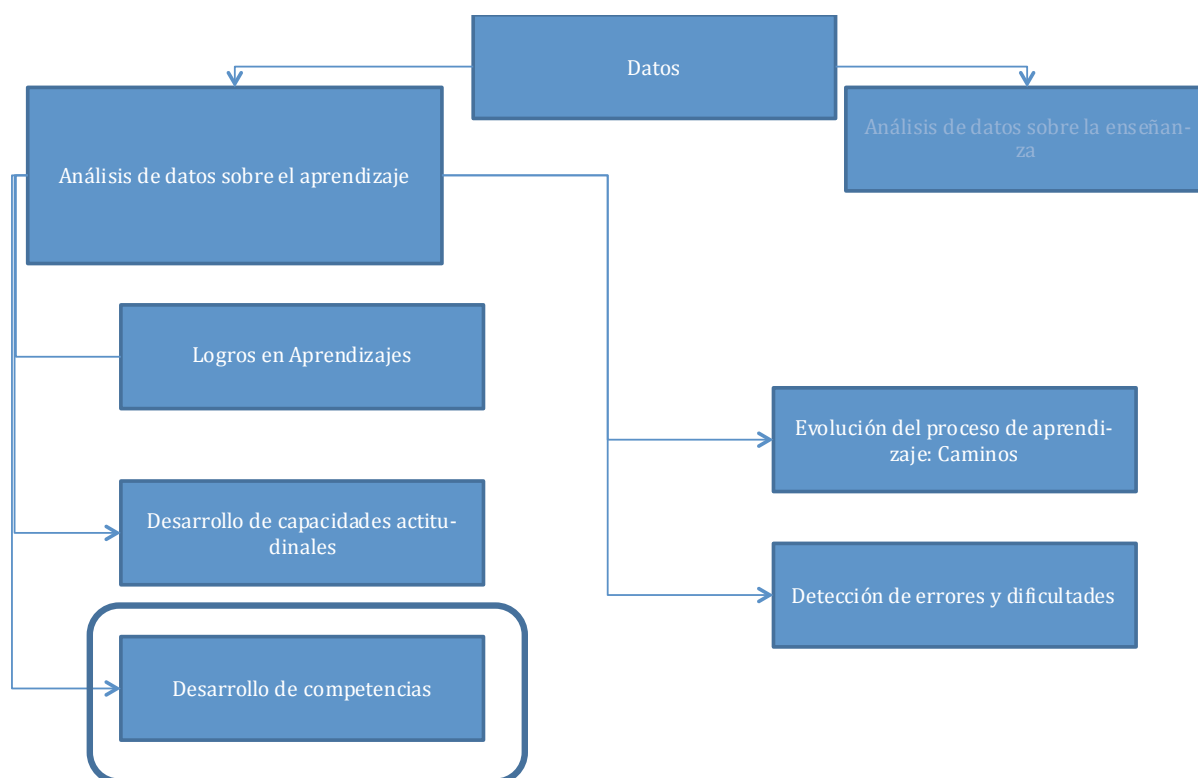


Figura 1. Objeto del trabajo

En este tema se centra la atención en argumentar la necesidad de disponer de información sobre el desarrollo de la competencia matemática en el ámbito escolar y proponer mecanismos para recogerla. Esta perspectiva implica disponer de alguna información detallada sobre los informes del estudio PISA y en especial el informe que detalla las herramientas para la evaluación de la competencia matemática (PISA, 2003).

Los conocimientos básicos sobre el concepto y componentes de la competencia matemática se han desarrollado ya en módulos anteriores. Centraremos aquí exclusivamente algunos elementos que sirven de punto de partida para el marco de análisis posterior.

- ◆ La competencia matemática se puede subdividir en ocho componentes —pensar y razonar, argumentar y justificar, comunicar, resolución de problemas, modelar, representar, uso de lenguajes, y uso de herramientas lógicas— estrechamente interconectadas pero con descriptores propios que hablan sobre su grado de desarrollo.
- ◆ El desarrollo de la competencia solamente se puede describir mediante contenidos matemáticos específicos, haciendo referencia a acciones, dominios o procesos mentales que el alumno activa y encuadrando las acciones mentales en situaciones que tienen que ver con la aplicabilidad del contenido a entornos del alumno más o menos familiares —situaciones personales, profesionales, etc.
- ◆ El desarrollo de la competencia tiene que ver con el uso de acciones mentales que se aprenden en un contexto pero que se pueden transferir a cualquier otro. La transferencia en el aprendizaje es un indicador de la evolución progresiva.
- ◆ No se sabe detectar el desarrollo de la competencia más que a través de la ejecución de tareas o problemas. De aquí que éstas se clasifiquen según complejidad cognitiva, contenido matemático de referencia y situación en que se presentan. Esto supone que

su desarrollo en un contexto de aprendizaje haga uso de las tareas escolares como instrumento de avance.

- ◆ Los estudios derivados de las pruebas PISA han aportado medidas del desarrollo de la competencia matemática y sus componentes.
- ◆ En el ámbito escolar las pruebas de diagnóstico sobre la competencia matemática miden grado de desarrollo. No indican un logro final sino avances en una línea de progreso paulatino.

ALGUNAS UTILIDADES DE LA EVALUACIÓN PISA PARA ANALIZAR EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL AULA

Para ordenar al alumnado en su capacidad de dar respuesta a los ítems de las pruebas PISA se crea un índice de dificultad que considera a la vez la complejidad de la tarea y el número de respuestas correctas que el alumno responde. Con este mecanismo se agrupan a los alumnos en seis niveles de dificultad y del análisis de lo que en cada nivel se responde se configuran las características de los niveles de dificultad.

La descripción del nivel 4 de dificultad en términos del informe citado es esta:

En el nivel 4, los alumnos pueden trabajar con eficacia modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y con cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.

Esta descripción habla de algunas acciones que el alumno de este nivel es capaz de realizar pero resultan más clarividentes para un profesor las especificaciones referidas a contenidos matemáticos (ver Figura 2).

<p>Resolver problemas que impliquen el razonamiento visual y espacial y la argumentación en contextos desconocidos; relacionar e integrar diferentes representaciones; llevar a cabo procesos secuenciales; aplicar habilidades bien desarrolladas de visualización espacial e interpretación</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Interpretar textos complejos para resolver problemas geométricos – Interpretar instrucciones secuenciales y seguir una secuencia de pasos – Realizar interpretaciones utilizando la comprensión espacial en situaciones geométricas no estándar – Utilizar un modelo bidimensional para trabajar con representaciones 3-D de situaciones geométricas desconocidas – Relacionar e integrar dos representaciones visuales diferentes de situaciones geométricas – Desarrollar y aplicar una estrategia que requiera el cálculo en situaciones geométricas – Razonar y argumentar relaciones numéricas en un contexto geométrico – Realizar cálculos sencillos (por ejemplo, multiplicar decimales de varias cifras, aplicar conversiones numéricas utilizando la proporción y las escalas, calcular áreas de formas conocidas)
---	---

Figura 2. Especificaciones referidas a contenidos matemáticos

Esta información ayuda al profesor, como se ha trabajado en la actividad 6.1 a situar las expectativas de aprendizaje del tema que planifica en un entorno de dificultad referido a una muestra internacional. También le orienta en la revisión de sus expectativas por si hay algunas que no considere habitualmente en su planificación. Cuando el profesor diseña capacidades análogas a las propuestas en la Figura 2 y comprueba que se logran, puede situar a sus alumnos en un nivel 4 en el desarrollo de competencias que propone PISA para la edad o nivel escolar en se realiza la prueba.

Si se observa la descripción que hace el informe de cada nivel, aún refiriéndose a Geometría —espacio y forma—, muestra acciones que se reproducen en diferentes temas de Geometría: “interpretar textos complejos..en problemas geométricos”, “Utilización de la comprensión espacial”, “Uso de un modelo bidimensional...de objetos 3D”. Esto facilita que el profesor piense en el contenido de su unidad didáctica en concreto y formule expectativas con perspectivas que tengan un formato parecido en diferentes temas. Por otra parte, al formular expectativas de aprendizaje con verbos de acción comunes, aunque aplicados a diferente contenido matemático según el tema, se mantiene en común el principio de la acción cognitiva que activa el desarrollo de la competencia. Esta utilidad se manejará en este tema para obtener información sobre el desarrollo de competencias partiendo de la formulación habitual de capacidades y objetivos propuesta en temas anteriores.

Mantener acciones cognitivas semejantes en diferentes temas puede ayudar también a que el alumno aprenda acciones transferibles a otros entornos de aprendizaje.

EVALUACIÓN DE COMPONENTES DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE CAPACIDADES. EL CASO DE LA COMPETENCIA DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA.

La sección anterior muestra alguna utilidad que, a efectos de planificación posee contrastar las expectativas de aprendizaje del profesor con los niveles de dificultad que propone el informe PISA.

En esta sección se avanza sobre los instrumentos para evaluar el desarrollo de competencias en el aula tomando como referentes el trabajo realizado por los grupos en planificación de objetivos y capacidades de aprendizaje y el estudio de niveles de dificultad que hace el Informe PISA. Para ello las ejemplificaciones se centran en el caso de un componente de la competencia: La modelación o modelización matemática.

Fases del Proceso de Modelización Matemática

Diferentes investigaciones sobre el proceso de modelizar problemas situados en contextos extra matemáticos coinciden aproximadamente en que hay ciertas fases necesarias para resolver un problema en el que se modelice. El esquema de fases que se sigue en esta sección es el propuesto por Blum (1991, pp. 10-11, ver Figura 3).

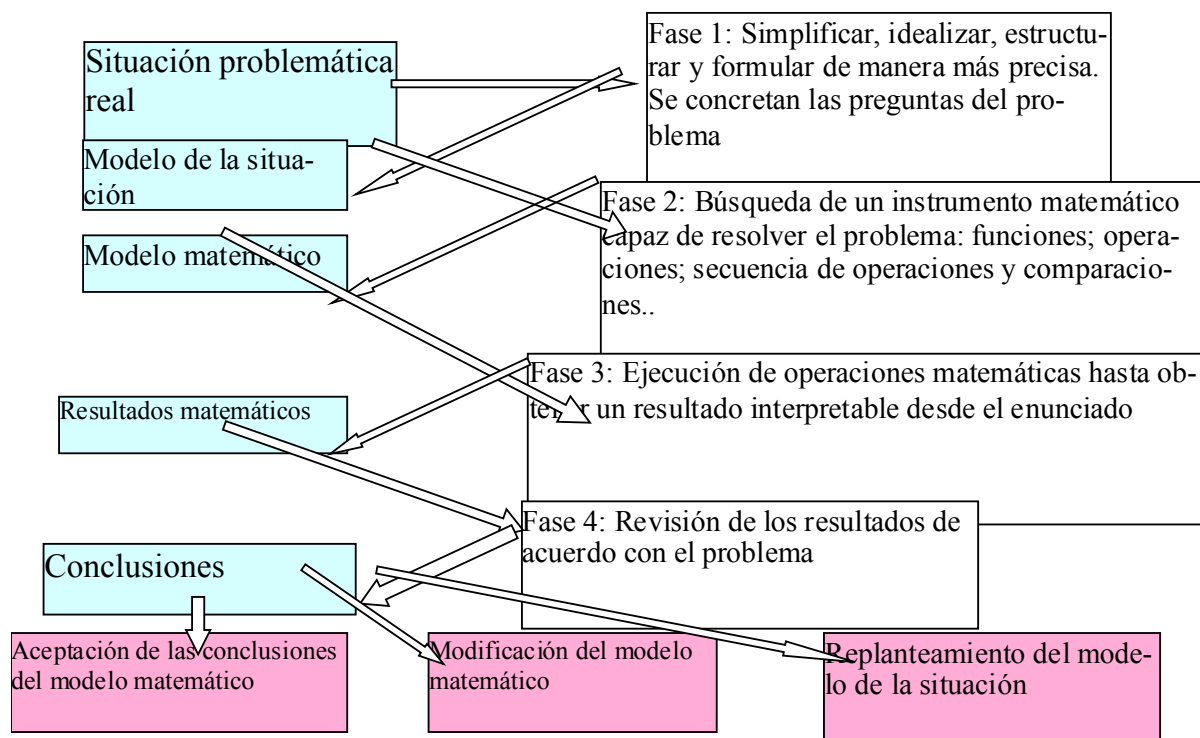


Figura 3. Fases de la resolución de un problema

Estas fases se refieren a un proceso teórico de trabajo. No significa que la evolución de los alumnos en la resolución de un problema siga este camino obligatoriamente. Veremos que no siempre es así. No obstante estas fases muestran la activación de acciones cognitivas que de-

penden de los tipos de problemas propuestos. No se activan las mismas acciones si un problema presenta ya un modelo en su enunciado que si debemos construirlo o recordarlo de otro problema análogo.

UNA EXPERIENCIA EN MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

La experiencia que se muestra a continuación facilita una herramienta de observación acerca de cómo se desarrolla el proceso de modelización en un grupo de alumnos y, a la vez, muestra que las fases de la modelización matemática no constituyen una descripción de un proceso lineal. En esta experiencia se observa cómo hay un constante acercamiento a las decisiones que comportan estas fases en un proceso en espiral.

La experiencia se refiere a la interpretación de los datos de un proceso de resolución de un problema que sigue un grupo de alumnos de 4º de ESO en España en el año 1999 en el marco de un proyecto sobre análisis de problemas relativos al entorno escolar (Marín, 1999). Estos alumnos no habían seguido ningún entrenamiento previo específico en las técnicas de modelizar. A varios grupos de alumnos se les propuso un problema y se grabaron en audio sus respuestas durante una hora. De las grabaciones se ha hecho una interpretación de los estadios por los que pasó cada grupo. Hubo grupos que no finalizaron la tarea. El resumen del proceso que sigue se refiere a un solo grupo.

El Problema del Repartidor

Este problema ha sido varias veces referenciado en publicaciones sobre modelización matemática. Uno de los estudios de campo más avanzados es el que publica Ikeda (1997). La redacción del problema que se plantea en esta experiencia incorpora más ayudas que la versión de Ikeda.

Un repartidor de propaganda recorre cada día todos los buzones de las calles distribuyendo folletos de propaganda. Cuando tiene que repartir en calles peatonales o sin tráfico de vehículos suele hacerlo utilizando dos tipos de recorridos:



Al repartidor no le importa acabar su trabajo en lugares distintos pero se pregunta cada día ¿Cuál será el mejor tipo de recorrido?

1. Analiza los dos tipos de recorridos y razona cual crees que es el mejor.

2. *Estudia si el mejor tipo de recorrido depende de las características de las calles (anchos paseos, estrechos callejones, con casas unifamiliares, con bloques de pisos, etc.) Indica las características de las calles que influyen para decidir el mejor recorrido.*

3. *Debes redactar un procedimiento para que el repartidor, al observar una calle, sea capaz de decidir cuál de los dos tipos de recorrido le resulta mejor.*

Sugerencia:

a) *Características de la calle que debe tener en cuenta y datos a descartar porque no le hacen falta para decidir.*

b) *Suposiciones que has hecho sobre las características de la calle para que la decisión no sea muy complicada.*

c) *Comparaciones o cálculos que debe hacer antes de tomar la decisión.*

En la Tabla 1 se resumen los estadios por los que pasa el grupo en su discusión. Para su descripción se han considerado cinco grandes grupos de cuestiones que el grupo abordó en sus debates:

- ◆ Relativas a la interpretación de las condiciones iniciales
- ◆ Relativas a la configuración del modelo de la situación problemática
- ◆ Relativas a las variables, constantes y parámetros que introducen en el modelo
- ◆ Relativas al modelo matemático que manejan en la resolución del problema
- ◆ Relativas al resultado al que llegan.

Tabla 1
Estadios del Proceso de Resolución

E	Estadios
1	<p>Interpretación de las condiciones iniciales: Es correcta</p> <p>Modelo de la situación: “Se identifica el mejor camino con el recorrido más corto”</p> <p>Variables y constantes. Condiciones: tipo de calle que resulta ser la del dibujo exactamente</p> <p>Modelo matemático: Comparación de recorridos totales en ambas calles del dibujo</p> <p>Resultado: El tipo B</p>
2	<p>Interpretación de las condiciones iniciales: No varía</p> <p>Modelo de la situación: No varía</p> <p>Variables y constantes. Condiciones: tipo de calle más ancha o más estrecha</p> <p>Modelo matemático: Comparación de los segmentos que componen la calle y suma de ellos</p> <p>Resultado: No hay acuerdo</p>
3	<p>Variables y constantes. Condiciones: Se consideran calles con socavones pero se</p>

- descarta la variable
Resultado: No hay. Sólo discusión
- 4 Variables y constantes. Condiciones: Además del tipo de calle se considera la localización de las casas: más juntas o más separadas
Modelo matemático: Se comparan distancias considerando fija la anchura de la calle
Resultado: El tipo A
- 5 Interpretación de las condiciones iniciales: Correcta
Modelo Real: No varía
Variables y constantes. Condiciones: Se añade la posibilidad de que no haya simetría bilateral en la calle (casas a un lado, bloques al otro. Se descarta
Modelo matemático: No varía
Resultado: Discusión
- 6 Modelo matemático: Comienzan a compararse recorridos considerando a la vez las dos variables: distancia entre casas y ancho de la calle. Se dan razonamientos cualitativos sin entrar en el valor cuantitativo de estas variables
Resultado: Calles estrechas y casas juntas el tipo A. Casas separadas mejor el tipo B
- 7 Interpretación de las condiciones iniciales: Correcta
Modelo de la situación: No varía
Variables y constantes. Condiciones: Se considera las distancias entre casas y el ancho de las calles. En algún caso se olvida que se ha asumido como condición del problema la simetría bilateral de la calle.
Modelo matemático: Se hace un análisis comparativo de las variables con dos hipótesis: a) Si la distancia entre las casas es mayor que la de la calle; b) . Si la distancia entre las casas es igual que la de la calle. (la tercera posibilidad se analiza por exclusión de las anteriores
Resultado: Hipótesis a) el tipo A. Hipótesis b) tipo B o iguales. (en este caso algún alumno se olvida de la simetría entre las casas de ambos lados de la calle y mantiene que hay un cruce de calle menos en el recorrido y B es más corto)

Como se describe en la tabla, el grupo pasa de interpretar que el modelo es el dibujo a entender que la imagen solo indica una forma de recorrer el camino. Además evolucionan considerando una sola variable para incorporar después una segunda y combinarlas. Todo ello en un constante replanteamiento de las condiciones iniciales y las variables a tener en cuenta. Aunque el modelo algebraico es una inecuación en dos variables sencilla, realmente no la formulan como tal aunque utilizan esta noción al comparar soluciones de dos variables.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA Y ACCIONES COGNITIVAS

Complejidad

La información disponible de los estudios PISA muestra que durante la realización de una tarea matemática de modelización el alumno activa mecanismos mentales que dependen de

las tareas y su complejidad. Si se hace uso de los niveles de complejidad de tareas que propone PISA y las acciones que se prevé que al alumnado active según que la tarea sea de reproducción, conexión o reflexión se puede confeccionar la Tabla 2 indicando la acción que se puede activar y sobre el tipo de modelo en que se aplica.

Tabla 2
Acciones y Niveles de Complejidad

Acción	Reproducción	Conexión	Reflexión
Reconocer, Recopilar, Activar, Aprovechar	Modelos familiares bien estructurados		
Interpretar	Modelos y resultados desde la realidad		
Comunicar	Los resultados de un modelo de forma elemental		Los resultados de un modelo en formas más complejas
Estructurar		El campo en el que hay que realizar el modelo (datos, variables, parámetros simplificaciones)	
Traducir		Realidad a estructuras matemáticas (Fórmulas, ecuaciones, representaciones) en contextos no muy complejos	Realidad a estructuras matemáticas (Fórmulas, ecuaciones, representaciones) en contextos más complejos
Recopilar			Información y Datos
Supervisar			El proceso de construcción de modelos
Validar			El modelo resultante

Esta tabla indica, por una parte, que si una acción corresponde al nivel de reproducción, también puede activarse en cualquier tarea del nivel de conexión. Análogamente, lo que se predica del nivel de conexión puede activarse en cualquier problema del nivel de reflexión.

Por otra parte, estos niveles son apriorísticos. Es decir, el diseñador de las tareas PISA estima que, por el análisis de ellas se deduce el nivel de complejidad previsto. Sin embargo, las informaciones de los resultados PISA indican que aproximadamente cada nivel de complejidad se asocia con las tareas que realizan los alumnos de dos niveles de dificultad. Por ejemplo, los alumnos encuadrados en los niveles de dificultad 5 y 6 serían capaces de hacer tareas de reflexión mayoritariamente y, por supuesto las de niveles anteriores.

Como se observa en la segunda celda de la primera y segunda columnas, si un alumno realiza tareas del nivel de reproducción está realizando acciones de Reconocer, Recopilar, Activar o Aprovechar modelos de problemas bien estructurados. Esto quiere indicar que en el aprendizaje ya se ha familiarizado con algunos modelos de problemas y en estas acciones reconoce que la tarea se resuelve con este modelo, recopila toda la información mental o documental que tiene sobre él, activa la información para aplicarla y resolver el problema o aprovecha una parte de ella.

En cambio al fijarse en la segunda fila de la tabla para el mismo nivel de reproducción, las acciones van encaminadas a tareas en las que el modelo se aporta y se trata de ver si el alumno es capaz de interpretarlo. También se refiere a la interpretación de resultados de un modelo.

Esta tabla no es utilizable directamente por el profesor si no ha hecho antes un análisis de los modelos que utilizará en el transcurso de su tema y etiqueta cuales puede denominar “familiares” o “bien estructurados” y aquellos otros más abiertos o complejos y que no han aparecido anteriormente, resultando nuevos para el alumno. Puede darse el caso de un modelo en el que apliquen sucesivamente dos anteriores ya conocidos. También es posible manejar un modelo conocido pero los datos del problema deben obtenerse de forma más compleja. Hay multitud de posibilidades de diseñar tareas de modelización matemática con variantes de modelos conocidos por el alumno sin alcanzar el nivel de problemas completamente abiertos cuya riqueza es indiscutible, en general.

Nivel de Dificultad

De modo complementario a la información que suministra el análisis de complejidad de tareas, la Tabla 3 muestra como progresa la dificultad en el caso de la modelización matemática.

Tabla 3
Niveles de Dificultad

Nivel	Descripción
1	Aplicar modelos predeterminados sencillos.
2	Reconocer, aplicar e interpretar modelos básicos predeterminados
3	Utilizar distintos modelos figurativos
4	Trabajar con modelos explícitos y restricciones y suposiciones relacionadas.
5	Desarrollar y trabajar con modelos complejos y reflexionar sobre procesos y resultados de modelación.
6	Conceptualizar y trabajar con modelos de relaciones y procesos matemáticos complejos y reflexionar sobre, generalizar y explicar resultados de modelación.

En resumen, los niveles de progresión avanzan según dos grandes grupos de modelos y diferentes tipos de acciones que se activan con ellos:

- ◆ De una parte los modelos conocidos por el alumno y bien estructurados en los datos necesarios, las relaciones entre ellos y el procedimiento matemático de resolución. Sobre ellos según se trate exclusivamente de aplicarlos o incluya reconocerlos e interpretarlos cambiamos del nivel 1 al nivel 2. Si además manejamos modelos figurativos como los geométricos o gráfico-funcionales la progresión se sitúa en el nivel 3.
- ◆ De otra parte, cuando el modelo necesita un esfuerzo especial para estructurar el campo (datos necesarios, relaciones entre ellos, organización de la estrategia o cuando la precisión del modelo obliga a hacer supuestos o simplificaciones iniciales para ajustar el modelo a la situación problemática, la dificultad sube al nivel 4 y al 5 y sobre este tipo de modelos se puede aplicar simplemente el modelo o también reconocer, interpretar o traducir según la situación de partida y las características del problema. Si se incluyen reflexiones sobre los resultados del modelo como validar o supervisar el proceso seguido, la dificultad ocupa el nivel 5 explícitamente.
- ◆ Finalmente, al actuar sobre modelos complejos que necesitan suposiciones o simplificaciones y realizar acciones de supervisión, validación, generalización o recopilación de datos, alcanzamos el último nivel de dificultad planteado por PISA.

Un ejemplo prototípico del informe PISA (2003) muestra tres diferentes niveles en tres preguntas sobre la misma tarea (Ver Figuras 4, 5 y 6).

PREGUNTA 9

Mei-Ling averiguó que el tipo de cambio entre dólares de Singapur y rands sudafricanos era:

1 SGD = 4, 2 ZAR

Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos a este tipo de cambio.

¿Qué cantidad de rands sudafricanos recibió?

Puntuación 1 (406)

Respuestas que indican 12.600 ZAR (no se requieren unidades).

Esta pregunta de respuesta breve se sitúa en el contexto público. Su dificultad es de 406 puntos. La experiencia en utilizar tipos de cambio puede no ser común a todos los alumnos, pero el concepto debe considerarse correspondiente a las habilidades y conocimientos que deben tener unos ciudadanos inteligentes. El contenido matemático se limita a una de las cuatro operaciones elementales: la multiplicación, lo que lo sitúa en el área de cantidad y más concretamente en la de operaciones numéricas. En lo referente a las habilidades, se requiere una forma de matematización muy básica: comprender un texto sencillo y relacionar la información facilitada con el procedimiento de cálculo necesario. Se explicita toda la información pertinente. Por tanto, la habilidad requerida para resolver este problema puede describirse como un procedimiento rutinario y/o la aplicación de un algoritmo estándar. Así pues, la pregunta se clasifica dentro del grupo de competencias de reproducción. La combinación de un contexto familiar, una pregunta claramente definida y un procedimiento rutinario sitúa la pregunta en el nivel 1.

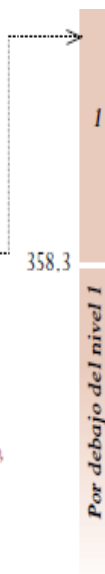


Figura 4. Nivel 1 PISA

PREGUNTA 10

Al regresar a Singapur después de 3 meses, a Mei-Ling le quedaban todavía 3.900 ZAR. Los cambió de nuevo a dólares de Singapur, y se dio cuenta de que el tipo de cambio había variado a:

1 SGD = 4,0 ZAR.

¿Cuál fue la cantidad en dólares de Singapur que recibió Mei-Ling?

Puntuación 1 (439)

Respuestas que indican 975 SGD (no se requieren unidades).

Esta pregunta de respuesta breve se sitúa en el contexto público. Su dificultad es de 439 puntos. El contenido matemático se reduce a una operación elemental: la división. Por tanto, se sitúa en el área de cantidad y, más concretamente, en las operaciones numéricas. Respecto a las habilidades requeridas, se exige una forma básica de matematización: comprender un texto sencillo en el que se presenta explícitamente toda la información necesaria. Pero los alumnos también deben reconocer que el procedimiento requerido es la división, lo que lo hace menos trivial que la pregunta anterior y demuestra la forma más básica de la capacidad de pensamiento y razonamiento. Así pues, la habilidad necesaria para resolver este problema puede describirse como la realización de un procedimiento rutinario y/o la aplicación de un algoritmo estándar, por lo que la pregunta se clasifica como perteneciente al grupo de competencias de reproducción. La combinación de un contexto conocido, una pregunta claramente definida y un procedimiento bastante rutinario que requiere cierta toma de decisión sitúa la pregunta en el nivel 2.

482,4

3

2

420,4

Figura 5. Nivel 2 PISA

Figura 2.10a ■ Una muestra de ejercicios de matemáticas utilizados en PISA
para la escala cantidad: Unidad TIPO DE CAMBIO

TIPO DE CAMBIO

Mei-Ling, ciudadana de Singapur, estaba realizando los preparativos para ir a Sudáfrica como estudiante de intercambio durante 3 meses. Necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) en rands sudafricanos (ZAR).

PREGUNTA 11

Al cabo de estos 3 meses, el tipo de cambio había pasado de 4,2 a 4,0 ZAR por SGD.

¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR cuando cambió los rands sudafricanos que le quedaban por dólares de Singapur? Da una explicación que justifique tu respuesta.

Puntuación 1 (586)

Respuestas que indican 'Si' con una explicación adecuada.

Esta pregunta de respuesta abierta se sitúa en un contexto público y tiene una dificultad de 586 puntos. En lo referente al contenido matemático, los alumnos deben aplicar el conocimiento procedimental que engloba las operaciones numéricas de la multiplicación y la división, que, junto con un contexto cuantitativo, sitúan a esta pregunta en el área de cantidad. Las habilidades necesarias para resolver el problema no son triviales: el alumno debe reflexionar sobre el concepto del tipo de cambio y sus consecuencias en esta situación determinada. La matematización que se requiere es de nivel alto, aunque se presenta explícitamente toda la información necesaria: la identificación de las matemáticas pertinentes es algo compleja, y también la reducción a un problema dentro del mundo matemático presenta unas exigencias significativas para el alumno. La competencia necesaria para resolver este problema consiste en la utilización del razonamiento flexible y la reflexión. La explicación de los resultados requiere también ciertas habilidades comunicativas. Por tanto, la pregunta se clasifica dentro del grupo de la reflexión. La combinación de un contexto conocido, una situación compleja, un problema no rutinario y la necesidad de utilizar el razonamiento y el entendimiento sitúa a la pregunta en el nivel 4.

668,7

6

5

606,6

4

544,4

Figura 6. Nivel 4 PISA

La diferencia entre las tareas de niveles 1 y 2 y la de nivel 4 reside aquí en la nueva estructuración del campo del problema (datos, relaciones entre los, incógnitas) que debe hacer el resolutor para responder con una estrategia a la pregunta ¿favoreció a Mei Ling...el nuevo tipo de cambio?

El profesor en el ámbito de su planificación escolar, una vez ha decidido las tareas con las que realizará su actuación en el aula y las capacidades asociadas a ellas, puede reflexionar en la búsqueda de:

1. *Detectar los modelos matemáticos* que maneja en su unidad, normalmente referidos a contenidos matemáticos (ecuaciones, funciones, operaciones con números, medidas estadísticas, razones trigonométricas...) y en qué tareas se aplican a situaciones problemáticas.
2. *Señalar las capacidades de las tareas de modelización* que estarían involucradas en el proceso preguntándose en qué fases del proceso se encuadrarían consultando la figura 3 y que tipos de acciones de las indicadas en la tabla de la figura 5 se incluyen en estas capacidades.
3. Una vez fijados los modelos que utilizamos en la unidad didáctica y las acciones que se aplican a ellos seremos capaces de *marcar a qué nivel de dificultad corresponden las capacidades que se han asociado a cada tarea*.

Las conclusiones de la reflexión anterior preparan el camino para hacer una fotografía del desarrollo de la modelización matemática con los mismos datos que se manejan para evaluar logros de aprendizaje. Un procedimiento para obtener esta imagen instantánea se explica en las secciones siguientes.

CONEXIONES ENTRE MODELOS, OBJETIVOS, CAPACIDADES Y DESARROLLO DE LA COMPETENCIA EN MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Al hablar de hacer fotografías puntuales del desarrollo de competencias matemáticas —o con mayor precisión, desarrollos de componentes de la competencia matemática— hacemos referencia a observaciones en momentos del aprendizaje de acciones que realiza el alumno cuando se las demandamos a través de tareas escolares. Estas tareas se han relacionado con capacidades y a su vez, las capacidades se agrupan en objetivos y se refieren a contenidos matemáticos específicos.

Para detectar un nivel de competencia se hacen observaciones de tareas referidas a diferentes objetivos y capacidades. Estas diferencias pueden ser porque las capacidades tengan diferente contenido o verbo de acción; porque los objetivos pertenezcan a unidades temáticas diferentes; incluso, en el caso de ser tareas asociadas a las mismas capacidades y objetivos se pueden diferenciar en la situación en que se hayan contextualizado (personal, profesional, etc.). Esta variabilidad permite que en el mismo nivel de competencia convivan tareas de distinto contenido matemático y que activen acciones cognitivas muy variadas.

Un profesor que convive con los alumnos durante el curso académico recorre contenidos matemáticos diversos con ellos, les propone activar acciones cognitivas variadas dentro de cada unidad temática y sumerge las tareas que selecciona en muchos contextos. Estos tres elementos los mezcla adecuadamente confeccionando expectativas de aprendizaje y propuestas de enseñanza tema a tema.

Si en el panorama descrito el profesor trata de obtener información sobre el desarrollo de una competencia matemática necesita tomar varias medidas:

1. Extraer varias fotografías durante las unidades temáticas que tengan algo en común para poder confrontar y comparar datos.

2. Realizar algunas pruebas recopilatorias durante el curso de forma que la prueba no se li- gue siempre al único contenido matemático de una sola unidad didáctica.
3. Establecer un mecanismo de comparar información de forma que, aunque las capacidades y objetivos varíen con las unidades didácticas la referencia a los niveles de desarrollo de la competencia se mantenga (Ver Figura 7).



Figura 7. Mecanismo de comparación

El mecanismo de conexión que se propone entre todas las unidades didácticas es el que se ha comentado en la sección anterior: referenciar las capacidades asociadas a tareas que desarrollen cierta competencia a un nivel de dificultad de la competencia de los que establece el informe PISA 2003. Con esta forma de relacionar damos cohesión a tres formas de articular las expectativas de aprendizaje: objetivos, capacidades e indicadores del nivel de dificultad de la competencia.

En toda esta asociación de conceptos hay un criterio implícito que conviene hacer aflorar. Se está admitiendo que la medida del desarrollo de una competencia se hace a través del nivel de resolución de tareas que tenga un alumno y este nivel de resolución de tareas es el nivel de dificultad PISA. A medida que las investigaciones en materia de competencias se hagan más numerosas, probablemente se establezcan niveles de desarrollo de las competencias más precisos. Será el momento de cambiar de referencia.

En esta perspectiva general, ¿cómo se concreta en el caso de la modelización matemática? Por un lado se dispone de una escala de dificultad en la resolución de tareas de modelización (Tabla 3) y por otro también existe un conjunto de capacidades relativas al tema que se planifica e implementa encuadradas en tareas. ¿Cómo relacionar ambos conjuntos de datos?

Indicábamos en la sección anterior que el análisis de la tarea aporta información sobre el modelo que se utilizará en la resolución del problema. Si se trata de modelos bien estructurados los niveles de dificultad asociados se situarán entre el 1 y el 3. Por otra parte las capacidades asociadas a la tarea muestran un contenido que también informa del modelo a utilizar y unos verbos de acción que indicarán la fase en que se sitúa la acción que indica la capacidad.

Por ejemplo, plantear el problema corresponde a la fase 1 o 2 de la Figura 3, resolver la ecuación a la fase 3 o comprobar la solución a la última fase siempre que se esté situado en un problema de modelización. Acciones relativas simplemente a aplicar el modelo se sitúan en los niveles de dificultad más bajos. Uso de modelos figurativos o acciones combinando modelos conocidos para responder a un problema no estándar, nos sitúan del nivel 3-4 en adelante. Acciones encaminadas a simplificar modelos o traducirlos de un lenguaje a otro refieren al nivel 3 en adelante. En síntesis, el análisis de diferentes aspectos de la tarea como el contenido y las capacidades asociadas informan acerca del modelo que se maneja en ella y las acciones que se realizan con él. Esta información es suficiente para marcar el nivel de dificultad en que situar la capacidad que evaluaremos.

Una vez se consigue que cada capacidad esté encuadrada en su nivel de dificultad la conexión está hecha y al evaluar esta capacidad podemos tener alguna información sobre el desarrollo de la competencia.

UN PROCEDIMIENTO PARA OBTENER INFORMACIÓN SOBRE EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MEDIANTE LA EVALUACIÓN DE CAPACIDADES

El objeto de esta sección es considerar, con el ejemplo de una tarea, un procedimiento a seguir que conduzca a obtener información sobre competencias sin abandonar el modelo de evaluar previsto hasta ahora a través de capacidades.

Una Tarea

En un almacén puedes conseguir un descuento del 20%, pero, al mismo tiempo, tienes que pagar unos impuestos del 15%. ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

1. Seleccionar una Tarea que Contemple la Modelización Matemática y Determinar Capacidades Asociadas a la Tarea y Competencias que Desarrolla

Entre el conjunto de capacidades de una hipotética unidad didáctica sobre proporcionalidad numérica entendemos que las capacidades que mejor se asocian a esta tarea de entre todas las previstas son:

- ◆ 4. Hallar valores desconocidos en igualdades proporcionales (LS)
- ◆ 18. En problemas de contexto, obtener valores de magnitudes e interpretar situaciones directamente proporcionales conocida la constante. (PR, M, LS)
- ◆ 21. En problemas de contexto, obtener valores a partir de dos relaciones de proporcionalidad encadenadas (% o 1/1) (PR, M, RP)

Estas capacidades contribuyen al desarrollo de varias competencias PISA que hemos colocado entre paréntesis. Los números que acompañan a las capacidades corresponden al orden en que se situarían entre el conjunto de capacidades de la unidad didáctica. De ahora en adelante, al referirse a ellas se usará este código numérico (ej. C4 es capacidad 4).

2. Describir Evidencias sobre las Capacidades y Competencias a las que Contribuye la Tarea

Un camino de aprendizaje previsible de la tarea nos da información acerca de la acción propia de una capacidad que contribuye al desarrollo de la competencia. Es posible que el alumno actúe así:

- a) interprete el problema haciendo una conjetura a la pregunta que plantea la tarea (PR) (C 18);
- b) después indique de alguna forma que es un problema de proporciones o porcentajes (PR) (C 18);
- c) aplique el modelo que relaciona el precio inicial de un producto con el final $PF=PI \pm \text{im-puesto/descuento}$ (C 18) (M);
- d) descubra que el procedimiento de resolución implica comparar dos precios finales. Cada precio se calcula en dos pasos con aplicaciones sucesivas de porcentajes (C 21) (PR, RP, M);
- e) sepa reconocer cual es el precio inicial y final en cada paso (C 21) (M);
- f) aplique los cálculos con porcentajes (C 4) (LS);
- g) finalmente pueda dar razones para generalizar resultados para cualquier precio (C 18) (PR, M).

En esta secuencia de un hipotético proceso mental del alumno, han intervenido las tres capacidades una o varias veces y se dan argumentos para justificar que intervienen acciones propias de las competencias de pensar y razonar, modelizar, uso de lenguajes (numérico) y resolución de problemas. Además las capacidades intervienen aproximadamente en el orden:

C18-C21-C4-C18

El profesorado mediante la observación del trabajo del alumnado obtendrá evidencias que le permitirán valorar el logro de las capacidades C4, C18 y C21.

Si organizamos estas acciones según las capacidades previstas aparece la tabla de la figura 13 donde la fila de cada capacidad indica en qué lugar del proceso debería aparecer información sobre la aplicación de esta capacidad.

Tabla 4

Capacidades y Acciones

Capacidad	Apartado de la lista anterior donde se señala la acción que puede conducir a la evidencia
C4	f
C18	a, b, c, g
C21	d, e,

La Tabla 5 organiza el proceso por competencias. La fila de cada competencia indica en qué lugar del proceso tendremos constancia de que la acción que allí se indica contribuye al desarrollo de la competencia.

Tabla 5
Proceso por Competencias

Competencia	Apartado de la lista anterior donde se señala la acción que puede conducir a la evidencia
PR	a, b, d, g
M	c, d, e, g
RP	d
LS	f

3. Ubicar las Capacidades en el Nivel de Dificultad Adecuado a la Competencia que se Analiza

Ejemplificamos esta fase del procedimiento para el caso de la competencia de modelización.

Hay dos competencias, C18 y C21 relacionadas con el proceso de modelización. Por su redacción no se puede valorar en qué modelo se aplican. Sin embargo, al analizar el camino de aprendizaje del problema y las evidencias que pueden presentarse se detecta que C18 y C21 afectan a la decisión sobre el modelo que debe aplicarse al problema y al modo de usarlo (fases 1, 2, 3 de la figura 3). Por otra parte el modelo mismo no es una mera aplicación de uno ya conocido ya que no dispone de todos los datos (el alumno debe buscarse ejemplos de precios), precisa decidir que deben comparar dos cálculos elementales de precios en diferente orden de aplicación e los porcentajes. Por último es necesario argumentar una generalización. Esto comporta situar el problema correcto en el nivel 5 de dificultad, al menos, para un alumnado de 14-15 años.

4. Diseñar las Plantillas de Recogida de Información

Tomando con base una hoja de cálculo, de todo el libro que compone el archivo cada tarea se situaría en una hoja (pestaña). La hoja de esta tarea ubicaría las capacidades que se manejan y los datos que ya se han analizado para tenerlos presentes en el proceso de corrección. En la Figura 8 se muestra lo que constituiría el encabezado de la hoja de corrección correspondiente a esta tarea.

Capacidades	4	18	21
Nombre de la Tarea: El almacén	Hallar valores desconocidos en igualdades proporcionales	En problemas de contexto, obtener valores de magnitudes e interpretar situaciones directamente proporcionales. conocida la constante.	En problemas de contexto, obtener valores a partir de dos relaciones de proporcionalidad encadenadas (% o 1/1)
Competencias que intervienen	LS	PR, M, LS	PR, M, RP
Evidencias para la evaluación	Sabe calcular porcentajes en contexto comercial	Establece conjeturas. Reconoce y aplica el modelo $PF=PI$ -descuento Generaliza	Procedimiento implica comparar dos resultados. Cada resultado es producto de una cadena de pasos. Detecta los valores de cada paso
Orden Camino de aprendizaje	3º	1º y 4º	2º

Figura 8. Encabezado

Las filas siguientes de la hoja que se está diseñando contendrían los datos de corrección de todos los alumnos. Para cada alumno una plantilla teórica es la que muestra la Figura 9 donde se han sombreado las celdas que serían ocupadas realmente por la incidencia que las competencias poseen en esta tarea.

Tarea: El almacén					
Alumnos	Comp/Capac.	4	18	21	Errores/ Obs.
Alumno/a nº 1	PR				
	AJ				
	C				
	R				
	M				Ej: Confunde descuento e impuesto; Calcula los % sobre el precio inicial siempre
	RP				
	LS				
	HT				

Figura 9. Datos de corrección

Desde una perspectiva muy precisa deberían valorarse las siete celdas coloreadas. Así tendríamos información acerca del uso de cada competencia en cada objetivo. Para simplificar, ocultamos las filas de las competencias no valoradas (Figura 10).

Alumnos	Comp. / Obj	4	18	21	Errores/ Obs.
Alumno/a nº 1	PR				
	M				
	RP				
	LS				

Figura 10. Datos de corrección con filas de competencias no valoradas ocultas

5. Seleccionar las Evidencias de las Competencias Objeto de Valoración

No obstante, el profesor puede considerar que tener información de siete registros referidos a cuatro competencias puede llevarle mucho tiempo y que no necesita contabilizar tantas observaciones. Por ejemplo:

- ♦ Se puede admitir que observaremos si el alumno maneja correctamente el lenguaje numérico a través de C4 ya que el uso de este lenguaje en C18 no implica despejar ni manejar ecuaciones, ni hacer operaciones de este nivel educativo.

También se pueden simplificar las observaciones al centrarse en:

- ♦ el uso correcto de la modelización en C18 cuando manejan la expresión del cálculo comercial se comparan resultados y se dan argumentos de generalización. (celda M_18),
- ♦ el desarrollo de la competencia en Pensar y Razonar a través de C21 si generalizan que la aplicación sucesiva de dos porcentajes no depende del orden (celda PR_21)
- ♦ la competencia en resolución de problemas a través de C21 si efectúan la aplicación sucesiva y correcta de dos porcentajes (celda RP_21).

La Figura 11 recoge esta simplificación de la plantilla.

Comp. / Obj	4	18	21	Errores/ Obs.
PR				
M				
RP				
LS				

Figura 11. Simplificación de la plantilla

La situación ha quedado reducida a observar cuatro elementos en esta tarea del alumno y valorarlos.

La simplificación ayuda a corregir con más facilidad pero implica menor precisión. En función de las finalidades del estudio que se pretenda se pueden despreciar más o menos datos, aunque lo habitual no será considerarlo todo.

6. Fijar la Escala de Medida de las Capacidades

En esta sección, se hace un ejemplo de simulación de corrección de la tarea. Para ello, en primer lugar, marcamos que cada capacidad se medirá cualitativamente con cuatro valores que codificamos de 0 a 3 con los significados que se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7

Significados de valores para medición de capacidades

Valor	Significado
0	No se realiza la acción.
1	Se realiza alguna acción pero no se observa ningún logro correcto de la capacidad.
2	Algunas partes de la acción son correctas o en algún caso de aplica correctamente la acción y en otros no.
3	La acción es completamente correcta siempre.

Una vez fijados todos los elementos necesarios para corregir tareas simularemos la corrección de tareas con las decisiones e instrumentos trabajados en los apartados anteriores de esta sección.

SIMULACIÓN DE CORRECCIÓN

Primer Caso

El alumno A conoce y aplica bien como calcular el precio final. Calcula bien los porcentajes pero confunde los valores iniciales del segundo porcentaje al aplicar los dos porcentajes sucesivos. No indica nada sobre la generalización pero hace los cálculos cambiando de orden descuento e impuesto

La tabla de valoración de esta situación podría ser la que se muestra en la Figura 12.

Comp. / Cap	4	18	21	Errores/ Obs.
PR		0	0	
M		2		Calcula los % sobre el precio inicial
RP			1	
LS	3			

Figura 12. Simulación de corrección para alumno A

Al no aplicar bien el encadenamiento de porcentajes la celda RP-21 se valora con 1 y la celda PR-0 se valora con un 0 al no indicar nada sobre la generalización de la conclusión a cualquier precio. La celda M-18 tiene una valoración parcialmente correcta.

Desde la perspectiva del progreso en la competencia de modelizar el alumno no ha llegado al nivel 5 al no generalizar pero si, de modo particular aplica el modelo aunque se equivoque en la técnica de componer porcentajes. Se situaría en el nivel 4

Segundo Caso

El alumno B suma el porcentaje de descuento y el del impuesto. Calcula bien los porcentajes sobre un hipotético porcentaje suma de ambos. No realiza ningún cambio de orden de aplicación entre porcentajes. No hay generalización.

La tabla de valoración de esta situación podría ser la que se muestra en la Figura 13.

Comp./ Cap.	4	18	21	Errores/ Obs.
PR			0	
M		1		Confunde descuento con impuesto
RP			0	
LS	3			

Figura 13. Simulación de corrección para el alumno B

Al no reconocer que se necesita multiplicar los porcentajes o aplicarlo sucesivamente, la celda RP-21 se valora con 0 y la celda PR-0 se valora con un 0 al no indicar nada sobre la generalización de la conclusión a cualquier precio. Tampoco acierta en el modelo necesario para contestar al problema ni siquiera a nivel de ejemplo. Por ello, la celda M-18 se valora con 1.

Desde la perspectiva del progreso en la competencia de modelización este alumno no detecta el modelo de resolución correctamente. Solamente aplica modelos simples de cálculo de precios finales. Está situado en el nivel 1 o 2 de modelización. Sería necesario tener más información de otras tareas para precisar el nivel.

Si este análisis se hace con el grupo y para varias tareas es posible, con la hoja de cálculo, combinar la información de las hojas del mismo libro y llegar a resultados como estos:

1. Recuentos, en la prueba, del logro de cada una de las capacidades tanto por alumno como por clase.
2. Recuentos, en la prueba, del nivel en que se manejan las competencias tanto por alumno como por clase.
3. Traducir a valor numérico estas observaciones para adjudicar calificaciones de logros a los alumnos.

Estos resultados contestan, por una parte a nuestras preguntas sobre nivel de logro y errores cometidos por el alumno. De otra parte sirven para obtener un dato acerca del desarrollo de la competencia que deberá compararse con otras observaciones de otras pruebas o tareas para complementar y evaluar cómo evoluciona esta medida.

ENSAYO PARA COMPROBAR EL PROCEDIMIENTO DE VALORACIÓN DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

De forma análoga a como se planteó en el tema 1 habrá que realizar un ensayo sobre el procedimiento descrito en las secciones anteriores para configurar criterios y adelantarse a posibles dificultades en la fase de corrección de datos del módulo 7. Este ensayo pasa por:

1. Elegir una tarea de las diseñadas en la planificación e implementadas relativa a modelización matemática y realizar el análisis de las capacidades orientadas a modelizar que se ha descrito en la sección de este tema “Un procedimiento para obtener información sobre el desarrollo de competencias” y las plantillas de corrección.
2. Seleccionar una muestra (5 o 6 casos) de los resultados de la tarea elegida correspondientes a alumnos o grupos que muestren identidades diferentes por sus rendimientos escolares, por su grado de motivación, etc.
3. Con cada uno de los ejercicios procedentes de la muestra elegida proceder a la corrección de la tarea hasta completar la plantilla diseñada para ello.
4. Una vez hecha la corrección de las tareas de los alumnos de la muestra elaborar un pequeño informe en el que se indiquen:
 - a) Decisiones adoptadas en las fases 1 a 6 del procedimiento citado y dificultades aparecidas.
 - b) Resumen de las respuestas del alumnado de la muestra y descripción de las dificultades surgidas en el proceso de corrección.
 - c) Lista de criterios que se han adoptado sobre las dificultades de corrección aparecidas para aplicar cuando se corrija esta tarea para la totalidad del alumnado.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS PARA UNA PRÁCTICA DE AULA QUE DESARROLLE LA COMPETENCIA EN MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Las investigaciones acerca de los factores que influyen en el desarrollo de la competencia en modelización matemática son muy numerosas y cobran cada vez más importancia en el panorama de la didáctica de la matemática de los últimos años. La enseñanza de una matemática funcional era habitual en los currículos escolares hasta mediados del siglo XX (Niss, Blum, Galbraith, 2007, pp. 3-32). Es a partir de la segunda mitad del siglo XX cuando se incorpora el paradigma de una matemática más estructural en muchos países que de nuevo hoy día pierde vigencia en los currículos. Desde 1976 en el International Congress on Mathematical Education se manifiesta ya una tendencia en auge en torno a investigaciones sobre enseñanza de la modelización y aplicaciones de las matemáticas. Se crean congresos específicos en esta dirección (los ICTMA) que, desde 1983, se reúnen bianualmente y forman parte como grupo de estudio del ICMI.

Resultados de Investigaciones que Mejoran la Práctica de Aula en Modelización Matemática

En el ICTMA de 1999 el profesor Mogen Niss presentó una panorámica de los resultados más importantes de la investigación en materia de enseñanza de la modelización y aplicaciones de las matemáticas en los últimos años (Niss, 2001, pp. 72-88).

Por su interés para el profesor que desea trabajar esta competencia en la clase, se presentan algunas de sus conclusiones con breves comentarios.

1. No hay transferencia automática del sólido conocimiento matemático puro del estudiante a la habilidad para enfrentarse con problemas aplicados y de modelización matemática.

Comentario: No se puede esperar que el alumno se haga un experto en modelizar si se le enseñan exclusivamente contenidos matemáticos aislados de los problemas de modelización.

2. Tanto el contexto matemático en que se involucra un contenido como el propio contenido ejercen una influencia crucial en la capacidad para resolver problemas de modelización matemática.

Comentario: Aprender solamente matemáticas descontextualizadas no asegura el aprendizaje de la Modelización matemática.

3. Los estudiantes no se creen que el contexto del problema debe considerarse en serio. Tienen a quitarle la envoltura rápidamente y quedarse con la tarea matemática pura.

Comentario: la inercia del sistema educativo actual funciona en contra. El alumno no está acostumbrado a darle a los contextos su importancia.

4. Las creencias y las actitudes que poseen estudiantes y profesores hacia la modelización matemática y su utilidad, influyen mucho en su habilidad para trabajar con estos problemas.

Comentario: Hay que creer, potenciar y mantener actitudes positivas hacia el desarrollo de esta competencia.

5. La metodología de enseñanza y el tipo de las actividades de aprendizaje elegidas influyen decisivamente en la capacidad de modelizar.

Comentario: cualquier metodología o cualquier tipo de tarea no es eficiente en el desarrollo de la competencia. Este artículo y el resto de ponencias del libro contribuyen a presentar tareas relevantes.

6. El control metacognitivo del proceso en los problemas de modelización matemática es un rasgo poco frecuente en los estudiantes.

Comentario: es necesario enseñar heurísticas y técnicas de control del proceso de modelización para este tipo de problemas. El alumno suele carecer de ellas a priori.

7. Se puede evaluar la resolución de problemas de modelización matemática pero hay que invertir en tiempo, en formación del profesorado, y en modificar los métodos clásicos de evaluar.

Comentario: la evaluación del desarrollo de esta competencia requiere nuevos instrumentos. La incorporación del lenguaje de competencias se ha mostrado como una herramienta que fija

con más precisión los grados de desarrollo y las capacidades a observar para determinar su nivel de evolución.

8. La capacidad para resolver problemas de modelización matemática puede aprenderse pero a costa de un esfuerzo especial, proponer tareas complejas, consumir tiempo y reducir el programa en su sentido tradicional.

Comentario: las investigaciones que avalan esta afirmación recomiendan mayor formación del profesorado, valorar mejor el trabajo del profesor, profundizar en la selección de auténticas tareas de modelización y elegir mejor los objetivos fundamentales del curso ya que el tiempo escolar no es elástico.

9. La estrategia para implementar nuevas metodologías que incrementen la capacidad del alumno en resolución de Problemas de modelización matemática no puede desviarse a educar en el uso de software con ordenadores en lugar de profundizar en educación matemática.

Comentario: no se duda de la potencialidad de los instrumentos tecnológicos en el trabajo con problemas de modelización matemática. Sin embargo el tipo de instrumento tecnológico elegido debe ser fácil de manejar y procurar que el tiempo que se invierte en aprender a utilizarlo esté bien rentabilizado porque el Instrumento tecnológico será un recurso en muchos problemas y materias. Probablemente, haya llegado el momento de compartir esta necesidad de tiempo con otras disciplinas como la Física, la Geografía, la Informática o la Economía. Los centros TIC en España que han incorporado a las aulas ordenadores para todos están en una posición especialmente favorable para ello. Una aportación al uso de recursos tecnológicos para desarrollar la competencia en modelización matemática puede encontrarse en (Marín, 2009, pp. 77-122),

El Papel del Profesor

El estilo de enseñanza influye decisivamente en que las actividades de clase contribuyan más o menos al desarrollo de ciertas competencias. En el caso de la modelización, el grupo de profesores daneses Antonius, Haines, Jensen y Burkhardt (2007) de Dinamarca presentan una amplia panorámica de tipos de tareas y estilos del profesor que ayudan a mejorar la competencia de modelización.

En una breve reseña del artículo se destacan criterios que deberían conducir la actuación del profesor

- ◆ Evitar el papel tradicional del profesor como primera fuente de explicación, demostración y respuestas correctas.
- ◆ Utilizar preguntas clave
 - De motivación metacognitiva: ¿Qué has probado? ¿Qué encontraste?, ¿Qué vas a poder probar ahora? ¿Esto que te dice?
 - De motivación orientada a estrategias específicas: ¿Has visto algunos casos específicos? ¿Conoces algo parecido que te ayude? ¿Puede ayudarte representarlo de otra manera? ¿Has probado con otro método?
 - Pequeñas ayudas: No es correcto, ¿Por qué no pruebas con un ajuste de funciones? ¿No es esto la diferencia de dos cuadrados?
- ◆ El desarrollo de los tópicos matemáticos.

El objeto esencial cuando se trabaja con problemas de modelización no es aprender técnicas o algoritmos matemáticos. Sin embargo cualquier momento es aprovechable para conocer o perfeccionar conocimientos instrumentales con tal de que no se desvirtúe el proceso de modelización. Hacer esta introducción antes, durante, después de la tarea de modelizar es una decisión que depende de muchos factores.

Por otra parte, J. de Lange (1996) en su ponencia del ICTME 8 “Problemas reales y problemas del mundo real” señala que el proceso de enseñanza puede comenzar con un problema real para el estudiante. Se entiende un problema “auténtico” en el sentido de “estar el alumno dispuesto a afrontarlo como problema y resultar significativo”. El problema se utiliza para iniciar y desarrollar conceptos matemáticos siguiendo la línea de una “matematización conceptual”. En una fase posterior se consideran ciertos niveles de abstracción, formalización, generalización.

En fases siguientes, los conceptos formalizados se vuelven a utilizar en problemas aplicados y de modelización matemática.

Antonius y los demás autores en el artículo citado (Antonius et al., 2007) insisten en que estas intervenciones del profesor no deben reproducir esquemas unidireccionales de la información: El profesor informa y el alumno recibe pasivamente y ejecuta.

Para contrarrestar esta inercia recomiendan las características que Steen y Forman señalan en sus “Principios de Buenas prácticas” (2001) y las agrupan en tres principios pedagógicos:

1. Actividad

- ◆ Retar al estudiante a explorar entre varias estrategias
- ◆ Estimular la discusión sobre los datos disponibles en relación a lo que se pregunta
- ◆ Requerir a los estudiantes para que busquen información oculta y necesaria para resolver el problema
- ◆ Usar materiales manipulables

2. Centrarse en el alumno

- ◆ Centrarse en problemas que los estudiantes consideren relevantes
- ◆ Ayudar a los estudiantes a aprender a trabajar con otros
- ◆ Desarrollar técnicas de comunicación entre los estudiantes
- ◆ Proporcionar oportunidades a los estudiantes para utilizar su propio conocimiento y experiencia

3. Contextualizar las actividades:

- ◆ Provocar que los alumnos sitúen primero los problemas en contexto y luego atiendan a las formalidades matemáticas.
- ◆ Sugerir fuentes que puedan proporcionar información complementaria
- ◆ Requerir que los estudiantes verifiquen si es razonable una respuesta en el contexto del problema original
- ◆ Animar a que los estudiantes vean conexiones de las matemáticas con el mundo del trabajo y la vida.

En su trabajo de planificación el profesorado elige tareas adecuadas a sus objetivos. El documento de Steen-Forman citado enumera algunos de los errores que deben evitarse:

- ◆ Seleccionar tareas que cubran todo el programa más que explorar y resolver problemas interesantes.
- ◆ Pasar por alto matemáticas interesantes que yacen bajo muchos ejemplos de la realidad.
- ◆ Incorporar injustificados modelos matemáticos a un problema rico contextualmente bajo el pretexto de ampliar su cobertura matemática.
- ◆ Creer que todos los problemas complejos requieren matemáticas sofisticadas y que son malos si se usan técnicas elementales.
- ◆ Elegir tareas que no logran ayudar a los estudiantes a prepararse para altos logros en matemática.
- ◆ Presentar largas listas de tareas “típicas” en hojas, esterilizando la riqueza de los problemas en su contexto.
- ◆ En la secuenciación de las tareas no buscar el crecimiento conceptual e intelectual.
- ◆ No llegar a conclusiones de cierre sobre conceptos, vocabulario, métodos y generalizaciones al finalizar un problema o proyecto abierto.
- ◆ No dar tiempo a la reflexión suficiente en el proceso de modelización.

Estas notas dictadas por autores de reconocido prestigio en el ámbito de la Modelización matemática pueden ayudar a mejorar la práctica paulatina a corto y medio plazo del profesor.

REFERENCIAS

La bibliografía marcada con un asterisco es importante hacer un acercamiento a ella más detallado.

- Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H. y Burkhardt, H. (2007). Classroom activities and the teacher. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10, pp. 295-308). Berlin: Springer US.
- Blomhøj, M., Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications* 22(3), 123-139.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching –a review of arguments and instructional aspects. En Niss, M. (Ed.). *Teaching of mathematical modelling and applications* (pp. 10-29). Chichester, Inglaterra: Ellis Horwood Limited.
- De Lange, J. (1996). Real Problems with real world mathematics. En Alsina, Álvarez, Niss, Pérez, Rico y Sfard (Eds.). *Proceedings of the 8th International Mathematical Education* (pp. 83-110). Sevilla, España: SAEM Thales.
- (*) Maaß, K. (2006) What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Marín, A. (1999). *Memoria del Proyecto. Las matemáticas y el entorno. Estrategias de resolución de problemas de modelización matemática en la Educación Secundaria (2ª fase)*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.
- (*) Marín, A. (2009). Experiencias y reflexiones en torno al desarrollo de la competencia de Modelización Matemática en Secundaria con apoyo de las nuevas tecnologías. En Ministerio de Educación (Ed.). *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas* (pp. 77- 122). Madrid, España: Editor.

- (*) Niss, M. (2001). Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. En Matos, Blum, Houston and Carreira (Eds.). *Modelling and Mathematics Education. ICTMA 9: Applications in Science and Technology*. Chichester: Horwood.
- Niss, M. Blum, W. Galbraith, P. (2007). Introducción al libro *Modelling and Applications in Mathematics Education*. The 14th ICMI Study Eds., citados Springer
- (*) OCDE (2004). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Madrid, España: Santillana.
- (*) Soeren, A. et al (2007) Classroom activities and the teacher. En Blum Galbraith, Henn and Niss (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 295-308). Springer.

TEMA 3. INSTRUMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS SOBRE FACTORES ACTITUDINALES DEL APRENDIZAJE

El aprendizaje de capacidades de tipo actitudinal también está incorporado en la visión de los instrumentos de evaluación que se incorporaron en el módulo 5. El enfoque de la evaluación para el aprendizaje, la consideración de factores motivacionales, o estrategias de control sobre el aprendizaje personal en los registros como el diario del alumno o el cuestionario de evaluación del alumno, justifican incorporar una sección en este módulo para organizar la información procedente de este ámbito del aprendizaje y ajustar los instrumentos de evaluación diseñados a las finalidades que cada grupo de trabajo pretende.

En el marco de las finalidades del módulo el tema de trabajo que ocupa este documento se encuadra dentro de los datos referidos a aprendizajes del alumnado, (Figura 1) aunque, indiscutiblemente habrá métodos y procedimientos específicos que el profesorado pone en marcha para contribuir al desarrollo de estas capacidades. De forma análoga al tratamiento hecho para las competencias en el tema anterior, las expectativas que el profesorado fija para este tipo de capacidades no marcan logros tan inmediatamente observables como ocurre con los objetivos de tipo matemático. Siguen un desarrollo lento y de carácter transversal, común a múltiples contenidos.

Durante el proceso de implementación de este curso se observa, en un corto periodo de tiempo el comportamiento del alumnado o sus opiniones. La información es prácticamente una fotografía y cuando existen varias instantáneas de las mismas variables se hace en un corto periodo de tiempo. Este hecho debe ser considerado para conducir el análisis de datos a resultados descriptivos de una situación instantánea más que a resultados de un largo proceso evolutivo del que no se dispone de información suficiente.

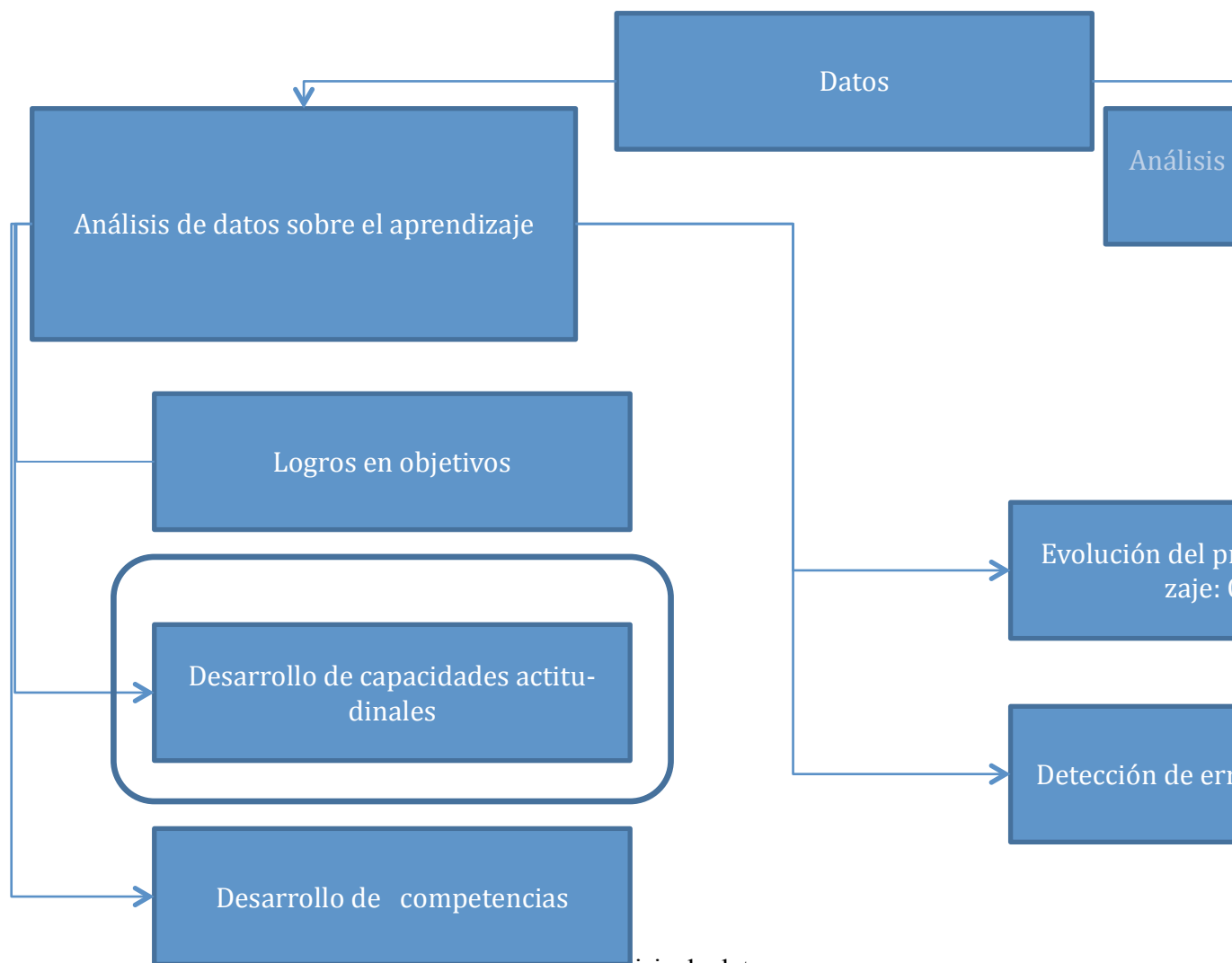


Figura 1. Ámbitos del análisis de datos

1. LA AUTORREGULACIÓN DEL APRENDIZAJE EN PISA 2003: FUNDAMENTOS Y VARIABLES

Hay diferentes perspectivas o finalidades con las que el profesorado puede recabar información del alumnado sobre manifestaciones de capacidades de tipo actitudinal. Entre ellas el enfoque que sustenta el análisis que sigue consiste en organizar toda la información que se recabe en este sentido alrededor de la noción de aprendizaje autorregulado o el modo en que los alumnos afrontan su propio aprendizaje.

1.1 Autorregulación del Aprendizaje

En este enfoque el profesor incorpora metodologías que buscan la eficacia en del alumno en la organización de su propio aprendizaje.

Para consultar los efectos del aprendizaje autorregulado en los logros académicos el Informe PISA 2003 (OCDE, 2005) propone las siguientes citas:

Existe una considerable literatura sobre los efectos del aprendizaje autorregulado en los logros académicos.

Los alumnos que son capaces de regular su aprendizaje de forma eficaz tienen más probabilidad

de conseguir sus objetivos específicos de aprendizaje. La evidencia empírica de tales efectos positivos de la regulación del propio aprendizaje y del uso de estrategias de aprendizaje proviene de:

- *La investigación experimental (por ejemplo, Willoughby y Wood, 1994).*
- *La investigación sobre formación continua (por ejemplo, Lehtinen, 1992; Rosenshine y Meister 1994); y*
- *La observación sistemática de alumnos mientras aprenden (por ejemplo, Artelt, 2000), incluyendo estudios que piden a los alumnos que expresen cómo perciben que están llevando a cabo un proceso de aprendizaje y la forma en que lo regulan (por ejemplo, Veenman y van Hout-Wolters, 2002).*

Entre las diferentes significaciones del aprendizaje autorregulado escogemos la que propone el citado informe:

aprendizaje autorregulado, se entiende generalmente que éste implica que los alumnos se sienten motivados para aprender, seleccionan de forma adecuada los objetivos para guiar el proceso de aprendizaje empleando el conocimiento y las habilidades apropiados para dirigirlo y seleccionan conscientemente las estrategias adecuadas para cada tarea.

Con esta concepción, la hipótesis que mueve el estudio PISA es la siguiente: Los alumnos que afrontan el estudio con confianza, con una motivación fuerte y con un amplio conjunto de estrategias de aprendizaje a su disposición están más cerca de lograr el éxito en el aprendizaje.

¿Coincide esta hipótesis de trabajo con la que cada grupo poseía de modo más o menos explícito al incorporar en sus instrumentos de evaluación medidas de capacidades actitudinales? ¿Estas medidas pretendían, además obtener información para otras finalidades o hipótesis de trabajo? Para responder a estas cuestiones avanzaremos en los instrumentos de medida que se propusieron en PISA 2003 comparando con las cuestiones que los grupos incorporaron en sus instrumentos de evaluación durante el módulo 5.

1.2 Categorías de Variables para Medir el Aprendizaje Autorregulado

Para medir la probabilidad de que los alumnos adopten un enfoque eficaz de su aprendizaje se establecen cuatro categorías generales de variables o factores:

1. Factores motivacionales y actitud general hacia el colegio
2. Percepción de sí mismos con respecto a las matemáticas
3. Factores emocionales en matemáticas
4. Estrategias de aprendizaje de los alumnos en matemáticas.

La Figura 2 transcribe la descripción que hace el informe citado de cada categoría y de las características o variables específicas sobre las que han incluido ítems en sus cuestionarios para analizar los factores (OCDE, 2005, pp. 115-116).

Categoría de características y fundamentación teórica	Características de los alumnos utilizadas para construir una escala con vistas al informe de los resultados
<p>A. Factores motivacionales y actitud general hacia el colegio</p> <p>La motivación se considera a menudo la fuerza motriz del aprendizaje. Se puede distinguir entre los motivos que derivan de recompensas externas por un buen rendimiento, tales como el elogio o las buenas expectativas futuras, y la motivación generada internamente, como el interés en determinadas áreas curriculares (Deci y Ryan, 1985). Las actitudes más generales de los alumnos hacia la escuela y su sentimiento de pertenencia al centro de enseñanza fueron también considerados como factores de predicción de los resultados del aprendizaje y como resultados de la escolarización importantes por sí mismos.</p>	<p>1. Interés y disfrute en las matemáticas. Se preguntó a los alumnos acerca de su interés por las matemáticas como materia de estudio y su disfrute en el aprendizaje de la asignatura. Ambos factores constituyen una orientación relativamente estable que afecta a la intensidad y a la continuidad de la implicación en situaciones de aprendizaje, la selección de estrategias y la profundidad de la comprensión.</p> <p>2. Motivación instrumental en matemáticas. Se preguntó a los alumnos hasta qué punto se sentían estimulados para aprender en función de recompensas externas, como las buenas perspectivas de trabajo. Algunos estudios longitudinales (por ejemplo, Wigfield <i>et al</i>, 1998) muestran que tal motivación influye tanto en la elección de estudios como en el rendimiento.</p> <p>3. Actitudes hacia el colegio. Se preguntó a los alumnos lo que pensaban acerca de lo que habían aprendido en el centro de enseñanza con respecto a cómo éste les había preparado para la vida adulta, ayudándoles a adquirir confianza para tomar decisiones y enseñándoles cosas que podrían ser útiles en su trabajo, o si había sido una pérdida de tiempo.</p> <p>4. Sentimiento de pertenencia al centro de enseñanza. Se pidió a los alumnos que expresaran sus percepciones acerca de si el centro de enseñanza era un lugar donde se podían sentir integrados, hacer amigos con facilidad, sentirlo como un lugar al que pertenecían, o si se sentían incómodos y fuera de lugar o aislados.</p>

Figura 2. Características y actitudes de los alumnos como estudiantes de matemáticas. Factores motivacionales y fundamentación teórica

B. Percepción de sí mismos con respecto a las matemáticas

Los alumnos se forman opiniones acerca de su propia competencia y sus características para el aprendizaje. Estas opiniones tienen un impacto considerable sobre la manera en que fijan sus objetivos, las estrategias que usan y los logros que alcanzan (Zimmerman, 1999). Dos formas de definir estas convicciones son: en términos del grado en que los alumnos piensan que pueden manejar tareas difíciles –autoeficacia– (Bandura, 1994); y en términos de la percepción de sus propias capacidades –autoconcepto– (Marsh, 1993). Estos dos constructos están estrechamente relacionados el uno con el otro, aun siendo diferentes.

La percepción de sí mismos se expresa algunas veces en términos de autoconfianza, indicando que tal percepción es positiva.

En ambos casos, la confianza en uno mismo tiene importantes beneficios para la motivación y para la forma en la cual los alumnos se plantean las tareas de aprendizaje.

5. Autoeficacia en matemáticas. Se preguntó a los alumnos hasta qué punto creían en su propia capacidad para manejar situaciones de aprendizaje en matemáticas de forma eficaz, venciendo las dificultades. Esto afecta a la disposición de los alumnos para enfrentarse a desafíos y para realizar esfuerzos y persistir en ellos. Tiene también un gran impacto en la motivación (Bandura, 1994).

6. Autoconcepto en matemáticas. Se preguntó a los alumnos qué pensaban acerca de su propia competencia matemática. La confianza en las capacidades de uno mismo es altamente relevante para un aprendizaje con éxito (Marsh, 1986), así como un objetivo valioso por sí solo.

Figura 2 (continuación). Características y actitudes de los alumnos como estudiantes de matemáticas. Percepción de sí mismos con respecto a las matemáticas

C. Factores emocionales en matemáticas

Los alumnos evitan las matemáticas debido al estrés emocional, situación que está ampliamente presente en muchos países. Algunas investigaciones tratan este constructo como parte de la actitud general hacia las matemáticas, aunque normalmente se considera distinto de las variables actitudinales.

D. Estrategias de aprendizaje de los alumnos en matemáticas

Las estrategias de aprendizaje son los planes que establecen los alumnos para conseguir sus objetivos: la capacidad para hacerlo distingue a los alumnos competentes que pueden regular su aprendizaje (Brown *et al.*, 1983).

Las estrategias cognitivas que requieren habilidades de procesamiento de información incluyen la memorización y la elaboración, aunque no se limitan sólo a éstas. Las estrategias metacognitivas, que suponen la regulación consciente del propio aprendizaje, se miden en el concepto de estrategias de control.

7. Ansiedad en las matemáticas. Se preguntó a los alumnos hasta qué punto se sentían sin ayuda y sometidos a estrés emocional cuando se enfrentaban a las matemáticas. Los efectos de la ansiedad en las matemáticas son indirectos, dado que interviene la autocognición (Meece *et al.* 1990).

8. Estrategias de memorización / repetición. Se preguntó a los alumnos acerca del uso de estrategias de aprendizaje para las matemáticas que incluyan representaciones de conocimientos y procedimientos almacenadas en la memoria con poco o nulo procesamiento posterior.

9. Estrategias de elaboración. Se preguntó a los alumnos acerca del uso de estrategias de aprendizaje de matemáticas que impliquen el establecimiento de relaciones entre el nuevo contenido con lo aprendido anteriormente. Mediante la exploración de cómo el conocimiento aprendido en otros contextos se relaciona con el material nuevo, los alumnos adquieren una mayor comprensión que a través únicamente de la memorización.

10. Estrategias de control. Se preguntó a los alumnos acerca del uso de estrategias de aprendizaje de matemáticas que impliquen la comprobación de lo que han aprendido y la estimación de lo que todavía necesitan aprender, permitiendo a los estudiantes adaptar su aprendizaje a la tarea que tienen entre manos. Estas estrategias son empleadas por los estudiantes para asegurarse que alcanzan sus objetivos, y constituyen el núcleo de las formas de afrontar el aprendizaje medidas por PISA.

Figura 2 (continuación). Características y actitudes de los alumnos como estudiantes de matemáticas. Factores emocionales en matemáticas y estrategias de aprendizaje de los alumnos en matemáticas

Para hacer una comparación con los ítems de los instrumentos de evaluación diseñados por los grupos conviene tener presentes cuales son los formatos específicos de las preguntas que se diseñaron. Esta información más detallada aparece junto a los resultados en las páginas 116 y 147 del estudio que seguimos.

Sin embargo, algunos ítems muestra se acompañan en las tablas siguientes por su interés especial al referirse a factores presentes en el diario del alumno o en al cuestionario de evaluación del alumno (Tabla 1).

Tabla 1

Factores Motivacionales y Actitud General hacia el Centro Educativo

Características medidas	Ítem muestra
Interés y disfrute de las matemáticas	Disfruto leyendo sobre matemáticas
Motivación instrumental en matemáticas	Aprender matemáticas vale la pena para mejorar mis perspectivas profesionales
Actitudes hacia el centro	El colegio ha sido una pérdida de tiempo
Sentido de pertenencia al centro	En el centro me siento como un intruso

Las siguientes son preguntas muestra para dos de las categorías.

Interés y Disfrute

- ◆ Disfruto leyendo sobre Matemáticas
- ◆ Me apetecen las clases de matemáticas
- ◆ Estudio Matemáticas porque disfruto con ello
- ◆ Me interesan las cosas que aprendo en Matemáticas

Motivación Instrumental

- ◆ Hacer un esfuerzo en matemáticas vale la pena porque me ayudará en el trabajo que quiero desempeñar en el futuro.
- ◆ Aprender Matemáticas vale la pena porque mejora mis perspectivas de carrera
- ◆ Las Matemáticas son una asignatura importante para mí porque las necesito para lo que quiero estudiar más adelante
- ◆ En Matemáticas aprenderé muchas cosas que me ayudará, a conseguir un trabajo

La Tabla 2 presenta la información para la categoría percepción de sí mismos con respecto a las matemáticas.

Tabla 2

Percepción de Sí Mismos con Respecto a las Matemáticas

Características medidas	Ítem muestra
Autoeficacia en matemáticas	¿Cómo te sientes de seguro al...?
Autoconcepto en matemáticas	Aprendo matemáticas rápidamente

Algunas preguntas muestra para la característica autoconcepto en Matemáticas son las siguientes:

- ◆ Simplemente las Matemáticas no se me dan bien
- ◆ Obtengo buenas calificaciones en Matemáticas
- ◆ Aprendo Matemáticas rápidamente
- ◆ Siempre he creído que las Matemáticas son una de mis mejores asignaturas
- ◆ En la clase de Matemáticas comprendo incluso las tareas más difíciles

La categoría de factores emocionales tiene una característica medida: ansiedad en las matemáticas. Un ítem de la muestra es “Me siento inseguro cuando hago un problema”. Las siguientes son preguntas muestra para esa característica:

- ◆ A menudo me preocupa la perspectiva de encontrar dificultades en las clases de Matemáticas
- ◆ Me pongo muy tenso cuando tengo que hacer los deberes de Matemáticas
- ◆ Me pongo muy nervioso haciendo problemas de Matemáticas
- ◆ Me siento inseguro cuando hago un problema de matemáticas
- ◆ Me preocupa la perspectiva de obtener bajas calificaciones en Matemáticas

Finalmente, La Tabla 3 presenta la información para la categoría estrategias de aprendizaje del alumnado.

Tabla 3
Estrategias de Aprendizaje del Alumnado

Características medidas		Ítem muestra
Estrategias de memorización	de	Para aprender intento recordar cada paso
Estrategias de elaboración		Intento comprender lo nuevo relacionándolo con lo que ya conozco
Estrategias de control		Cuando aprendo matemáticas intento...

Algunas preguntas muestra para esta característica son las siguientes:

- ◆ Cuando estudio para un examen de Matemáticas, intento determinar cuáles son las partes más importantes que hay que aprender
- ◆ Cuando estudio matemáticas, me obligo a comprobar si recuerdo lo que ya he estudiado
- ◆ Cuando estudio Matemáticas, intento averiguar qué conceptos aún no he entendido correctamente
- ◆ Cuando no consigo entender algo en Matemáticas, siempre busco más información para aclarar el problema
- ◆ Cuando estudio Matemáticas, comienzo por averiguar exactamente qué es lo que necesito aprender

En todas las preguntas propuestas el formato de respuesta se presenta en una escala tipo Likert con valores: completamente de acuerdo, de acuerdo, en desacuerdo y completamente en desacuerdo.

2. LA AUTORREGULACIÓN DEL APRENDIZAJE EN PISA 2003: ALGUNOS RESULTADOS

Presentamos a continuación algunos resultados importantes para el enfoque metodológico de la enseñanza pues marcan la dirección en la que debe enfatizarse el trabajo en el ámbito actitudinal si se desean mejorar los rendimientos académicos. Los resultados se refieren a la muestra elegida por el estudio que abarca tanto a alumnos de países de la OCDE como a otros países asociados para este efecto. En las tablas del informe se distinguen por el color del nombre del país (negro OCDE y marrón país asociado). En lo sucesivo, al hablar de la totalidad de datos diremos que se refieren a la OCDE aunque incluyan otros países no encuadrados en la organización. La muestra de alumnos de esta prueba estuvo alrededor de un cuarto de millón de estudiantes.

2.1 Implicación de los Alumnos en el Aprendizaje

Este tipo de resultados se midieron a través de las variables interés y disfrute en matemáticas (motivación intrínseca) y la motivación instrumental o su apreciación de la utilidad de esta materia.

Motivación Intrínseca

La motivación intrínseca afecta al grado de implicación en el aprendizaje y el nivel de profundidad alcanzado en la comprensión de las matemáticas. Comparando con los datos del informe PISA 2000 (OCDE, 2002), el interés hacia las matemáticas es menor que hacia la lectura. En las afirmaciones de los ítems planteados para medir esta variable los alumnos están de acuerdo o muy de acuerdo alrededor del 30%. Solamente en un caso se acercan al 58%. El informe, para todas estas variables presenta una tabla de resultados con cuatro paneles —ver la Figura 3 de esta sección y OCDE (2005, p. 120)—.

El primer panel indica los valores absolutos por cada país agrupando los porcentajes de respuestas para los valores de acuerdo o muy de acuerdo. El segundo panel muestra los datos más destacados de un índice que construye el informe para que se puedan establecer comparaciones entre países ya que estos datos no permiten hacer comparaciones con valores absolutos por la implicación de los resultados en las características culturales propias de cada nación. Este índice toma el valor cero para la media de la OCDE y todos los demás países se comparan con este valor. Además a la usanza de un gráfico de la caja indica los valores del índice para el primer y tercer cuartil de la población entre los que se situarían los 2/3 de la población de cada país. Además se marcan los valores del índice para los alumnos de diferente sexo. El tercer panel muestra un índice de variación del rendimiento escolar en la prueba por unidad del índice construido. Con este valor se observa la influencia que esta variable tiene en el rendimiento escolar de la prueba. El cuarto panel indica el porcentaje de la varianza de cada país que es explicada por la influencia de la variable que se está midiendo en relación al rendimiento escolar de la prueba. También nos indica el efecto de la variable considerada en el rendimiento de los alumnos en la prueba de matemáticas. En el caso de la

motivación intrínseca para la OCDE en su conjunto, el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de interés es del orden de 15 unidades y el porcentaje de la varianza explicada escasamente el 1,5%. Hay algunos países como Corea que estos valores, respectivamente llegan a estar próximos a 40 unidades y porcentaje de la varianza de 15,5%.

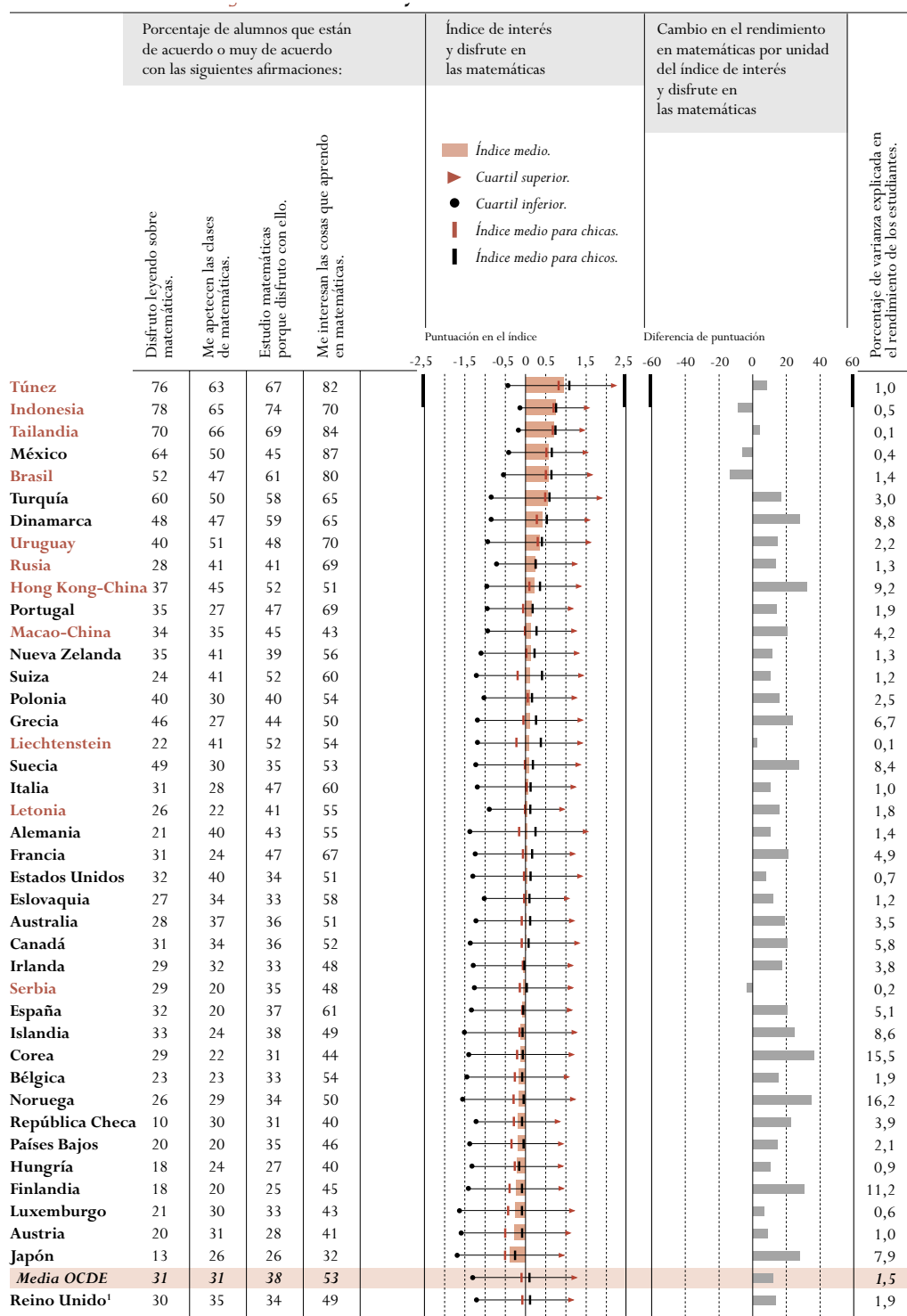


Figura 3. Interés y disfrute de los alumnos en las matemáticas

Motivación Instrumental

La motivación instrumental hacia las matemáticas presenta un estudio análogo cuya tabla de resultados aparece en las páginas 121 a 125 del informe. Los valores de la OCDE en su conjunto son altos. Alrededor del 70% de los alumnos están de acuerdo o muy de acuerdo con que las matemáticas son importantes. Sin embargo, el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de motivación instrumental es del orden de 10 unidades y el porcentaje de la varianza explicada escasamente el 1%. Hay algunos países como Finlandia que porcentaje de la varianza llega al 8,5%.

2.2 Percepción del Alumnado sobre Sí Mismo

Esta categoría se desglosa en dos variables en el informe el autoconcepto y la autoeficacia. El autoconcepto mide la opinión del alumnado acerca de su competencia matemática. PISA 2003 presenta los resultados en las páginas 134 a 136 del informe. En este caso se presentan los valores correspondientes a los alumnos que están en desacuerdo o muy en desacuerdo con las afirmaciones de los ítems por lo que indican ausencia de autoconcepto. Los valores absolutos de la media de la OCDE indican, por ejemplo que un 67% están en desacuerdo o muy en desacuerdo con la afirmación “comprenden incluso las tareas más difíciles en la clase de matemáticas”. Para la OCDE el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de autoconcepto es del orden de 30 unidades y el porcentaje de la varianza explicada el 10,8%. Hay algunos países como Finlandia que el porcentaje de la varianza explicada por este factor llega al 33%.

La autoeficacia va más allá que el autoconcepto e indica confianza en la capacidad personal de superar las dificultades en matemáticas (pp. 136-139). Esta variable está más estrechamente relacionada con el rendimiento en la prueba que el autoconcepto. Explica el 23% de la varianza en el rendimiento de la prueba para la totalidad de la OCDE y más de un 30% en ocho países. El cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de autoeficacia es del orden de 45 unidades.

2.3 Factores Emocionales: la Ansiedad de los Alumnos en Matemáticas

Alrededor del 30% del alumnado de la OCDE manifiestan estar de acuerdo en muy de acuerdo con afirmaciones que indican nerviosismo, tensión, o inseguridad al trabajar en matemáticas. En algunas afirmaciones puede acercarse hasta el 60%. Este factor afecta negativamente al rendimiento y hay países con altos rendimientos en la prueba que manifiestan baja ansiedad. Para la OCDE el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de ansiedad es del orden de -35 unidades y el porcentaje de la varianza explicada el 12,7%. Hay algunos países como Dinamarca que el porcentaje de la varianza explicada por este factor llega al 26,5%.

2.4 Estrategias de aprendizaje de los alumnos

Esta categoría, como ya se ha citado abarca tres variables: control del proceso de aprendizaje del alumno, estrategias de memorización y estrategias de elaboración.

Control del Proceso de Aprendizaje

El control del proceso de aprendizaje indica, por ejemplo, comprobación de lo aprendido o estimación de lo que queda por aprender. Según el Informe citado (pp. 142-143):

Cuando se pregunta a los alumnos de 15 años acerca de sus estrategias para supervisar su aprendizaje en matemáticas y relacionarlo con sus objetivos de aprendizaje, el 87 por ciento de ellos en los países de la OCDE se manifiesta de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación de que, cuando estudian para un examen de matemáticas, intentan determinar qué es lo más importante de lo que tienen que aprender. El 73 por ciento está de acuerdo o muy de acuerdo en que cuando estudian matemáticas se obligan a comprobar por sí mismos si recuerdan lo que ya han estudiado. El 86 por ciento está de acuerdo o muy de acuerdo en que cuando estudian matemáticas intentan averiguar qué conceptos no han entendido correctamente. El 69 por ciento está de acuerdo o muy de acuerdo en que cuando no consiguen entender algo en matemáticas, siempre buscan más información para aclarar el problema. Y el 75 por ciento de los alumnos de 15 años está de acuerdo en que cuando estudian matemáticas, comienzan por averiguar exactamente qué es lo que necesitan aprender.

Para la OCDE el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de control del proceso de aprendizaje es del orden de -6 unidades y el porcentaje de la varianza explicada el 0,0 %. La escasa incidencia en el rendimiento de la prueba contrasta con el caso de la lectura que en PISA 2000 mostró mayor relación. El informe argumenta que esta baja relación se puede deber a que el alumno use las estrategias de control para bajar su ansiedad y no afecta mucho al rendimiento.

Estrategias de Memorización

Las estrategias de memorización según el informe, “son importantes en muchas tareas, pero en general sólo conducen a representaciones verbales del conocimiento, donde la nueva información se almacena en la memoria con muy poco procesamiento posterior” (p. 145).

Con relación a su uso,

el 66 por ciento de los alumnos de 15 años está de acuerdo o muy de acuerdo en que, para recordar el método de resolver un problema de matemáticas, repasan los ejemplos una y otra vez. El 75 por ciento está de acuerdo o muy de acuerdo en que, para aprender matemáticas, intentan recordar cada paso de un procedimiento. Sin embargo, el 65 por ciento está en desacuerdo o muy en desacuerdo en que, cuando estudian matemáticas, traten de aprender de memoria las respuestas a los problemas. (p. 145)

Para la OCDE el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de estrategias de memorización es del orden de -5 unidades y el porcentaje de la varianza explicada el 0,2.

Estrategias de Elaboración

Finalmente las estrategias de elaboración intervienen, por ejemplo, para conseguir entender nueva información integrándola en un conocimiento anterior.

Con relación a su uso, citamos el informe utilizado (p. 145):

el 53 por ciento de los estudiantes de 15 años está de acuerdo o muy de acuerdo en que piensan en cómo pueden usar en la vida diaria las matemáticas que han aprendido. El 64 por ciento está de acuerdo o muy de acuerdo en que intentan entender los nuevos conceptos matemáticos relacionándolos con cosas que ya saben. El 60 por ciento está en desacuerdo o muy en desacuerdo en que, cuando están resolviendo

do un problema matemático, piensan a menudo cómo podrían aplicar la solución a otras cuestiones interesantes. Y el 56 por ciento de los estudiantes de 15 años está en desacuerdo o muy en desacuerdo en que, cuando estudian matemáticas, intentan relacionar el trabajo con cosas que han aprendido en otras asignaturas.

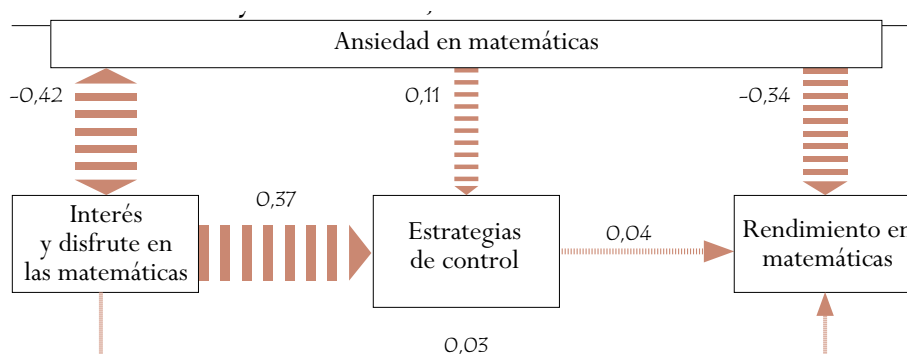
Para la OCDE el cambio en el rendimiento de la prueba por unidad del índice de estrategias de elaboración es del orden de -3 unidades y el porcentaje de la varianza explicada el 0,3.

2.5 Relación entre las Variables de Autorregulación de Aprendizajes e Influencia en el Rendimiento.

El informe PISA 2003 también analiza las interrelaciones entre estas variables y con el rendimiento en la prueba. Aunque separar los efectos es difícil, se aplica un modelo que controla el efecto de unas de ellas y se valora el efecto de otra o u otras. En las páginas 148 y 149 se explican con más detalle los fundamentos del modelo utilizado. Su base es que

el interés de los estudiantes en las matemáticas y un bajo nivel de ansiedad son fuerzas motrices que ponen en marcha la dedicación al estudio, con la adopción de estrategias específicas, representadas en el modelo por la tendencia de los estudiantes a controlar su propio aprendizaje. Por tanto, el modelo busca predecir el rendimiento de los estudiantes en matemáticas a partir de su interés, su falta de ansiedad en matemáticas y la frecuencia con que hacen uso de estrategias de control. (p. 148)

Esta relación se muestra en las Figura 4 y 5.



Nota: La anchura de cada flecha es proporcional al coeficiente de regresión, mostrado en cada cuadro, que es una medida de la relación entre los factores (sin embargo, la proporción de varianza explicada no puede calcularse a partir del coeficiente para una sola variable, sino que se consideran varias variables simultáneamente). La dirección de las flechas en el diagrama indica un efecto sugerido, más que una vinculación causal demostrada.

Fuente: Base de datos OCDE PISA 2003, Tablas 3.12, 3.13 y 3.14.

Figura 4. Factores individuales relacionados con las estrategias de control y el rendimiento, teniendo en cuenta otros factores

La figura 4 nos muestra, por una parte, la influencia de la ansiedad en algunas variables de autorregulación del alumno y el rendimiento en especial la motivación intrínseca. Por otra parte el efecto positivo de una buena motivación intrínseca en la adopción de estrategias de control adecuadas. Argumentan los autores del Informe para justificar la escasa incidencia entre Estrategias de control y rendimiento en la prueba que “una gran parte de la variación del grado en que los estudiantes controlan su aprendizaje está asociada con la variación en su

interés y disfrute en las matemáticas, así como en la ansiedad que experimentan frente a las mismas” (p. 149).

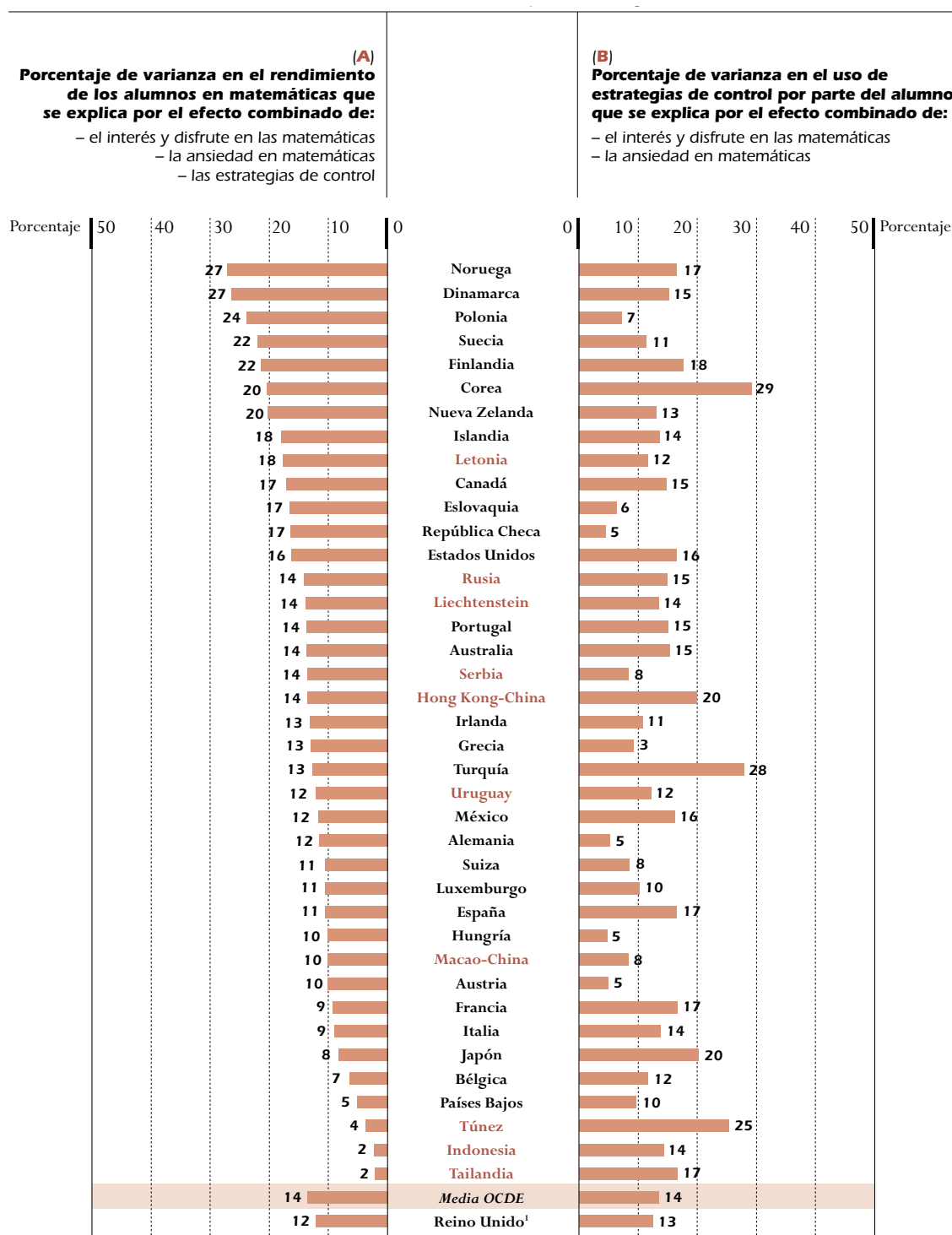


Figura 5. Potencial explicativo conjunto de las características de aprendizaje de los alumnos sobre el rendimiento en matemáticas y las estrategias de control

En la tabla que aparece en la Figura 5 se mide el efecto combinado de varias características o variables considerando el porcentaje de variación en el rendimiento del alumno que se explica por la acción conjunta de los factores que se combinan. La columna izquierda manifiesta cómo la asociación de los valores de tres de las variables manejadas (motivación intrínseca, ansiedad y estrategias de control) puede explicar porcentajes de la varianza en el rendimiento próximos al 30% como es el caso de Noruega o Dinamarca. La tabla B, con sólo dos factores alcanza a explicar también en algunos países porcentajes importantes como el 29% de Corea, el 28% de Turquía o el 20% en Hong Kong-China. En ambos casos, la media de varianza explicada para la OCDE es del 14%.

3. ORIENTACIONES PARA LA MEJORA DE LA AUTORREGULACIÓN DE APRENDIZAJES Y VARIABLES DE CONTROL DEL PROCESO

La puesta en juego en el proceso de implementación de procedimientos que mejoran la capacidad de autorregulación del aprendizaje del alumno y de instrumentos de evaluación de las capacidades en desarrollo persigue dos grandes finalidades:

- ◆ la mejora del rendimiento académico y
- ◆ el desarrollo armónico de la personalidad del alumno.

El Informe PISA 2003 analiza la influencia de algunas capacidades actitudinales en el rendimiento de la prueba. La perspectiva del profesor es complementaria a esta. No solamente se trata de ver como se relacionan variables como el logro académico y las categorías que el alumno maneja para autorregular su aprendizaje. El profesor incorpora estrategias metodológicas encaminadas a desarrollar estas capacidades. Mejorar en el aprendizaje de estas categorías, como ya se ha visto significa orientar la enseñanza para conseguir que el alumno tenga:

- ◆ buena motivación para aprender,
- ◆ estrategias personales para saber hacer una selección adecuada de los objetivos del propio aprendizaje,
- ◆ estrategias personales para saber emplear el conocimiento y las habilidades apropiadas con objeto de dirigir su aprendizaje hacia los objetivos marcado y
- ◆ capacidad para saber seleccionar conscientemente las estrategias de estudio adecuadas a cada tarea.

En el marco de los instrumentos procedimientos de enseñanza trabajados en módulos anteriores podemos decir que esta mejora de las capacidades para autorregular el aprendizaje se va consiguiendo en la medida en que se profundice en la motivación, en las técnicas que hemos llamado de evaluar para aprender y en ciertos principios didácticos que resumimos a continuación. Apoyándonos en las orientaciones que proporciona un documento importante para la formación de profesores de Secundaria elaborado en el Reino Unido de Inglaterra y Gales. En Department for Education and Skills (2004) se resumen algunas líneas estratégicas para mejorar estos tres grupos de cuestiones.

Acciones de Mejora en el ámbito de Evaluar para Aprender

- ◆ Compartir los objetivos de aprendizaje con los alumnos.
- ◆ Ayudarles a saber y reconocer las expectativas que se pretenden.
- ◆ Involucrarlos en la autoevaluación y evaluación conjunta.

- ◆ Proporcionarles retroalimentaciones que los conduzcan a reconocer sus propios pasos en el aprendizaje y describan como lo han hecho.
- ◆ Promover la confianza en sí mismos suficiente para creer que cualquier alumno puede mejorar.
- ◆ Involucrar al profesor y al alumnado en revisar y reflexionar sobre la información procedente de la evaluación.

Acciones de Mejora en el ámbito de los Procedimientos de Enseñanza

- ◆ Presentar las tareas graduadas según la dificultad.
- ◆ Corregir las tareas y hacer comentarios específicos sobre errores.
- ◆ Discutir problemas y soluciones con los alumnos y con la clase.
- ◆ Enseñar estrategias de aprendizaje.
- ◆ Favorecer un aprendizaje cooperativo fomentando el trabajo en grupos pequeños y por parejas.

Acciones de Mejora en el ámbito de la Motivación y el Interés

- ◆ Activar los conocimientos previos del alumnado
- ◆ Presentar la tarea como un reto
- ◆ Trabajar en grupo pues estimula la zona de desarrollo próximo
- ◆ Reflexionar sobre el propio trabajo (¿cómo lo has hecho?)
- ◆ Cambiar entre varios modos de representar o interpretar varias representaciones.
- ◆ Incorporar en las tareas andamiajes (Scaffolding) que ayuden a la realización de las tareas.
- ◆ Practican un aprendizaje en profundidad, lo que significa:
 - Comprender y dar sentido a lo que se aprende (conceptual/ procedimental, abstracto, funcional).
 - Manejar la información críticamente.
 - Usar principios organizativos para integrar nuevas ideas.
 - Manejar evidencias para obtener conclusiones.

4. CATEGORÍAS, VARIABLES E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE DATOS DE FACTORES ACTITUDINALES

Los instrumentos de evaluación y recogida de información elaborados por cada grupo contienen algunas preguntas, cuestiones o ítems que van dirigidas a obtener información del alumno acerca de su nivel de desarrollo en algunas de las variables de tipo actitudinal que se han comentado en las secciones anteriores. Otras preguntas pretenden medir la eficiencia de algunos de los procedimientos de enseñanza que se están implementando en el aula y que pretenden mejorar estas capacidades actitudinales. Finalmente, algunos registros u observaciones también contienen información acerca de los instrumentos de evaluación de capacidades actitudinales que se hayan manejado. En este tema se presenta la ocasión de organizar esta información desde la triple perspectiva ya trabajada en temas anteriores:

¿Qué variables utiliza el grupo para obtener datos y evidencias en el periodo de implementación que se refieran a factores actitudinales? ¿En qué instrumentos de evaluación aparecen? ¿A qué categorías se refieren dentro del marco del aprendizaje autorregulado? El tra-

bajo del grupo se sitúa en utilizar la información procedente del diseño de sus instrumentos de evaluación, (fundamentalmente, los diarios del alumno y del profesor y el cuestionario de evaluación del alumno u otros instrumentos de observación audiovisual si se han diseñado) y ubicarla en la tabla de la Tabla 4 clasificando las variables manejadas en función del tipo de categoría que se pretende analizar.

Tabla 4 <i>Variables para las categorías</i>				
Categoría	Característica medida	Variable diseñada por el grupo	Texto de la pregunta/s que se formula para medir la variable propuesta o apartado dedicado al registro de la información	Instrumento de evaluación en donde se ha ubicado la pregunta o se registrará la información obtenida
Factores motivacionales	Motivación intrínseca			
	Motivación Instrumental			
Percepción de sí mismos con respecto a las matemáticas	Autoeficacia en matemáticas			
	Autoconcepto en matemáticas			
Factores emocionales	Ansiedad en las matemáticas			
Estrategias de aprendizaje del alumnado	Estrategias de control del proceso			
	Estrategias de memorización			
	Estrategias de elaboración			
Otras categorías	Otras características medidas			

Es posible que, al completar tabla anterior, no se hayan considerado algunas variables de las que utiliza el informe PISA o que se hayan tenido en cuenta variables orientadas a otras finalidades. En el primer caso, conviene hacer notar no es imprescindible buscar la exhaustividad. Huecos en la tabla anterior simplemente denotan mayor especialización en el registro de

datos por parte del grupo. Por otra parte, si se recoge información de otras categorías no encuadradas en esta tabla basta con añadir las nuevas filas que sean necesarias.

5. PRECISIÓN DE LOS OBJETOS DE ESTUDIO SOBRE FACTORES ACTITUDINALES

En la sección de este tema dedicada a los resultados del Informe PISA 2003 se detecta que el grupo de trabajo PISA pretende, además de describir los resultados para comparar entre diferentes países, analizar la influencia de las variables encuadradas en el término autorregulación de aprendizajes en el rendimiento de los alumnos en la prueba. Esta fue una opción para los autores y alrededor de este objeto organizan, tratan y comparan la información.

En el tema que nos ocupa, la información que se recopile durante la implementación, procedente de las variables de tipo actitudinal incorporadas en los instrumentos de evaluación, siempre se podrá utilizar para describir lo que el alumnado piensa u opina.

No obstante es el momento de decidir si es posible avanzar algo más utilizando esta información con algún otro fin en un estudio específico. Indiquemos algunos objetos de estudio.

Análisis de mejoras. Analizar alguna de las mejoras incorporadas en su metodología por el profesor y que afecten al desarrollo de las capacidades actitudinales ¿Es posible detectar algún avance en estas capacidades?. (En este caso, igual que se comentó en el tema 2 es necesario que existan varias observaciones de las mismas capacidades para comparar)

Comparación de logros. Comparar los logros de los alumnos en conocimientos matemáticos con sus manifestaciones acerca de su motivación, disfrute de la clase (matematógrafo) o calidad en el uso de estrategias de control de aprendizaje durante la tarea.

Detección de variaciones. Detectar variaciones positivas en alguna capacidad de tipo actitudinal controlada (motivación, ansiedad, estrategia de autoaprendizaje, etc.) por el hecho de incorporar mejoras de las recogidas bajo el término evaluar para aprender dentro del proceso de enseñanza.

Una vez observadas las variables y actitudinales que se manejan y encuadradas en alguna categoría (sección anterior del tema) procede elegir algún objeto de estudio en este ámbito actitudinal en el que se concentrará el análisis. En esta decisión es importante considerar qué variables intervienen en el estudio y el número y calidad de los datos que durante la fase de implementación se han podido recabar.

6. FACTORES ACTITUDINALES Y MEDIDAS DE DESEMPEÑO.

Entre todas las variables de carácter actitudinal organizadas en las secciones anteriores algunas de ellas pueden incorporarse al sistema de evaluación complementando las calificaciones sobre logros de aprendizaje matemático. Esta decisión se ha tomado generalmente durante el módulo 5 al elaborar el sistema de evaluación. Con objeto de completar en esta sección las tablas de registro de datos que contribuirán a decidir sobre la calificación final del alumno o del grupo en la unidad didáctica procede elaborar una tabla que resuma las variables que se incorporan a la decisión sobre la medida sumativa del desempeño y presentar la tabla que or-

ganiza esta información. De modo análogo a como se ha presentado en temas anteriores será una tabla en Excel que desglose por alumnos las valoraciones actitudinales consideradas indicando la escala de medida de cada una de las variables y la ponderación final entre objetivos de logros de conocimientos matemáticos y capacidades actitudinales.

7. ENSAYO PARA COMPROBAR LOS INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE DATOS DE TIPO ACTITUDINAL

La interpretación y análisis de datos recogidos en la fase de implementación es objeto del módulo 7. Sin embargo, para prever dificultades de interpretación e incorporar criterios de análisis es conveniente y útil realizar un ensayo de interpretación y clasificación de la información que se recojan en la fase de implementación en el aula. Los resultados del ensayo acumulan experiencia para la fase siguiente, adelantan dificultades de interpretación, y permiten a iniciar una plantilla de criterios de interpretación.

Este ensayo ya se ha realizado en el tema 1 con algunos datos recogidos para evaluar logros de aprendizaje matemático y en el tema 2 con referencia a datos que midan el desarrollo de una competencia. En este tema procede un análisis semejante centrándose en los instrumentos que previsiblemente han recogido la mayor parte de los datos sobre capacidades actitudinales: el diario del alumno y el cuestionario de autoevaluación final del alumno. Si algún grupo considera que en el diario del profesor que ha diseñado también se incorpora mucha información de carácter actitudinal del alumno, añadirá este instrumento de evaluación al análisis.

7.1 Diario del Alumno

1. Elección de una muestra intencional de alumnos o grupos para probar este instrumento de recogida de datos: Elegiremos tres o cuatro alumnos con criterios que ayuden a que la muestra elegida represente diferentes tipologías de alumnado. Para cada alumno será necesario escoger su diario de dos o tres sesiones.

2. Tipos de cuestiones o variables que puede resultar interesante incorporar en este instrumento de evaluación y que se apliquen en otros análisis en el futuro. Del análisis efectuado en la sesión 5 de este tema es posible que el grupo perciba alguna laguna en este instrumento de evaluación que podría haberse salvado incorporando nuevas variables o alguna pregunta específica. Debería tomarse nota para futuras implementaciones.

3. Variables que se estudiarán a nivel de descripción. En la sección 5 de este tema se argumentó que es importante decidir algún objeto de estudio más profundo junto con las variables implicadas, dejando el resto de ellas para hacer un análisis de ellas más descriptivo y con escasas comparaciones. Ocupémonos de ellas ahora. Una vez decididas las variables que se analizarán solamente a nivel descriptivo, en este ensayo se hará:

- a) Una relación de los tipos de respuestas que se encuentran a cada una de las preguntas propuestas en el diario. En algunos casos, la respuesta es cerrada, como la que se obtiene del matematógrafo y basta enumerar las posibilidades, pero, en otros, las respuestas son abiertas y pueden variar de un alumno a otro. Se trata aquí de observar datos de este cuestionario y tratar de agrupar las respuestas que se consideren equivalentes con objeto de formar algunos criterios de corrección.

- b) Como subproducto del proceso anterior pueden salir respuestas dudosas y que requieran una interpretación especial. Habrá que enumerarlas e indicar la interpretación que dio el grupo.

4. Variables que serán objeto de un estudio más detallado. En la sección 5 de este tema se propone que cada grupo elija un objeto de estudio más pormenorizado. Una vez elegido se describirán de tipos de preguntas o variables se han formulado tanto en el diario del alumno con en el cuestionario de autoevaluación del alumno para analizar y comparar con más profundidad. Es habitual que haya varias respuestas a las mismas preguntas en momentos diferentes del aprendizaje. Para este tipo de variables es necesario hacer primero el análisis a que nos hemos referido en la sección 7.1.3.

Además, como de las diferentes respuestas del alumno se tendrá que inferir alguna conclusión de tipo evolutivo (por ejemplo, mejora de la actitud del alumno, incremento en la valoración de un procedimiento de enseñanza aplicado...) conviene analizar aquí si las respuestas de los alumnos en diversos momentos del aprendizaje manifiestan datos que nos puedan llevar a concluir algo respecto a su evolución dentro del proceso de aprendizaje. Se trata pues de registrar los tipos de evidencias que utilizará el grupo para interpretar en las respuestas de los alumnos el progreso de la/s variable/s conforme avanza el proceso de aprendizaje.

7.2 Cuestionario de Autoevaluación del Alumno

1. Elección de una muestra intencional de alumnos para probar el cuestionario de autoevaluación del alumno: Elegiremos tres o cuatro alumnos con criterios que ayuden a que la muestra elegida represente diferentes tipologías de alumnado.

2. Tipos de cuestiones o variables que puede resultar interesante incorporar en este instrumento de evaluación para aplicar en otros análisis en el futuro.

3. Del análisis efectuado en la sección 5 de este tema es posible que el grupo perciba alguna laguna en este instrumento de evaluación que podría haberse salvado incorporando alguna nueva variable o alguna pregunta específica. Debería tomarse nota para futuras implementaciones.

4. Variables que se estudiarán a nivel de descripción. En la sección 5 de este tema se argumentó que es importante decidir algún objeto de estudio más profundo junto con las variables implicadas, dejando el resto de ellas para hacer un análisis de ellas más descriptivo y con escasas comparaciones. Ocupémonos de ellas ahora. Una vez decididas (en la sección 5, tema 6) las variables que se analizarán solamente a nivel descriptivo, en este ensayo se hará:

- a) Una relación de los tipos de respuestas que se encuentran a cada una de las preguntas propuestas en el diario. En algunos casos, la respuesta es cerrada, como la que se obtiene del matematógrafo y basta enumerar las posibilidades, pero, en otros, las respuestas son abiertas y pueden variar de un alumno a otro. Se trata aquí de observar datos de este cuestionario y tratar de agrupar las respuestas que se consideren equivalentes con objeto de formar algunos criterios de corrección.
- b) Como subproducto del proceso anterior pueden salir respuestas dudosas y que requieran una interpretación especial. Habrá que enumerarlas e indicar la interpretación que dio el grupo.

5. Variables que serán objeto de un estudio más detallado. Una vez elegido por el grupo un objeto de estudio más pormenorizado se describirán los tipos de preguntas o variables se han formulado en el cuestionario de autoevaluación del alumno para analizar y comparar con más profundidad con datos del diario del alumno. Es habitual que haya respuestas a las mismas preguntas en el diario y en el cuestionario de autoevaluación. Para este tipo de variables es necesario hacer primero el análisis a que nos hemos referido en la sección 7.2.3.

Además, como de las diferentes respuestas del alumno se tendrá que inferir alguna conclusión de tipo evolutivo (por ejemplo, mejora de la actitud del alumno, incremento en la valoración de un procedimiento de enseñanza aplicado...) conviene analizar aquí si las preguntas comunes en el diario y en el cuestionario de autoevaluación presentan respuestas que nos puedan llevar a concluir algo respecto a su evolución dentro del proceso de aprendizaje. Se trata pues de registrar los tipos de evidencias que utilizará el grupo para interpretar en las respuestas de los alumnos al cuestionario de autoevaluación del alumno el progreso de la/s variable/s conforme avanza el proceso de aprendizaje.

8. REFERENCIAS

Algunos capítulos de los libros marcados con * pueden ser objeto de un estudio más detallado y complementario a estos apuntes. En concreto el capítulo 3 de OCDE (2005) y las unidades 10, 11 y 12 de Department for Education and Skills (2004).

Artelt, C. (2000). *Strategisches Lernen*. München: Waxmann.

* Department for Education and Skills. (2004). *Pedagogy and practice: teaching and learning in secondary schools. Leadership guide*. Londres: Crown.

OCDE. (2001). *Conocimientos y aptitudes para la vida. Primeros resultados del programa internacional de evaluación de estudiantes (PISA) 2000 de la OCDE*. México DF: Santillana.

* OCDE. (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana.

TEMA 4. ANÁLISIS DE DATOS SOBRE LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA

El módulo de análisis de datos referido a los procesos de enseñanza, según se presentó en el primer tema, alcanza temáticas referidas al funcionamiento del diseño de la instrucción y a los instrumentos de evaluación diseñados para la recogida de datos sobre la implementación de la planificación docente (ver Figura 1).

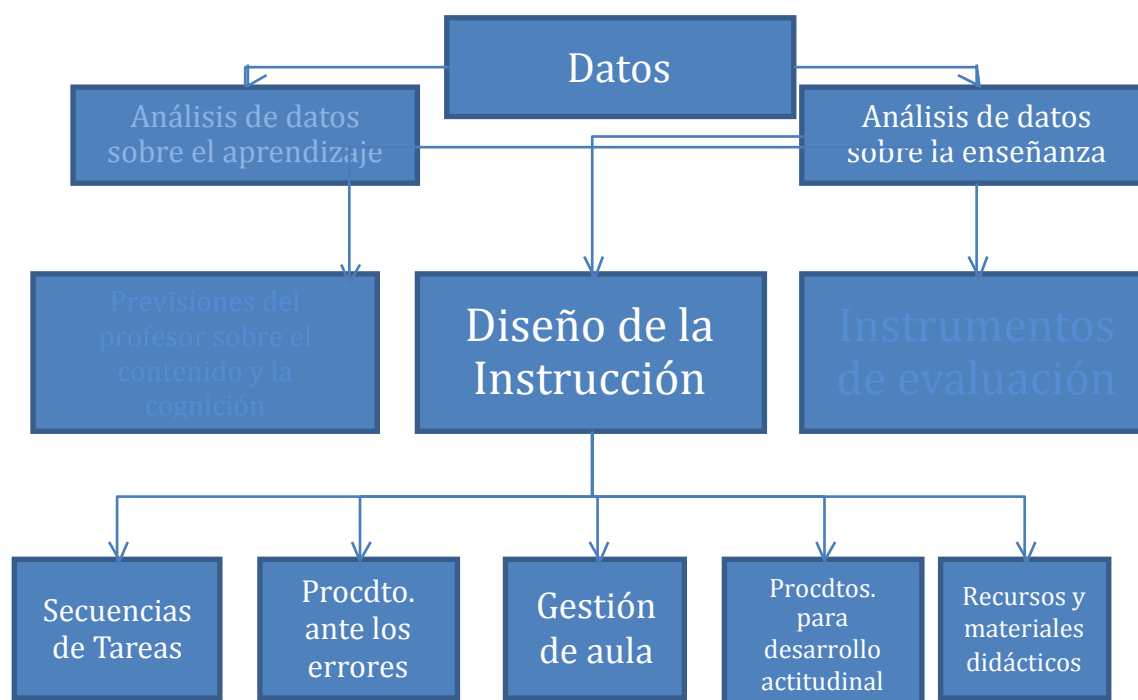


Figura 1. Procesos de enseñanza

El esquema de la Figura 1 muestra ámbitos con los que se han diseñado actuaciones en el aula. Por un lado todo el proceso que lleva a la elaboración de secuencias de tareas acordes con los contenidos y expectativas fijadas. De forma más específica, algunas tareas que enfocan hacia la resolución de errores. También ha sido objeto de planificación un abanico de decisiones organizativas para gestionar el proceso de enseñanza y aprendizaje en clase. Igualmente se ha implementado con ciertos materiales y recursos didácticos específicos, cuyo análisis

puede conducir a resultados importantes para el profesor. Incluso, como se señalaba en el tema anterior, la búsqueda de procedimientos de enseñanza específicos para desarrollar actitudes de autorregulación en los aprendizajes ha sido también un campo de experimentación.

Los propios instrumentos de evaluación diseñados para recabar información sobre la implementación de la planificación docente también serán objeto de trabajo. Aplicaremos un procedimiento ya conocido para detectar como se han ajustado a la recolección de datos y qué dificultades han aparecido al comenzar a extraer información de ellos.

OBJETOS DE ESTUDIO, TIPOS DE DATOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA.

Podríamos clasificar los objetos de análisis y estudio del proceso de enseñanza en dos grandes capítulos:

1. ¿Cómo se aplicó la planificación docente? ¿Cómo funcionaron los instrumentos de enseñanza diseñados?
2. ¿Qué resultados tuvo la actuación desde la perspectiva de los logros o desarrollos de las expectativas de aprendizaje planeadas?

Al reflexionar sobre la puesta en práctica de la planificación docente surge de modo natural constatar entre lo que se llegó a poner en práctica y lo que no pudo hacerse y dentro de cada caso la descripción de las casusas que provocaron una implementación parcial de lo planificado.

Otra reflexión obligada consiste en evaluar la eficiencia de los instrumentos de planificación aplicados: secuencias de tareas para aprender nuevos conocimientos, procedimientos de recuperación de errores, materiales didácticos utilizados, etc. Esta eficiencia puede contrastarse frente a diferentes variables: la opinión del alumnado y del profesor, los logros alcanzados, el tiempo invertido en la enseñanza, el grado de motivación, etc.

También las actuaciones no planificadas pueden requerir un análisis específico por el procedimiento de gestión de aula aplicado o los tipos de tareas que surgieron. En este sentido las transparencias 46 a 53 del tema 4 de este Módulo contienen la secuencia de actuación en clase de una profesora que reacciona cambiando lo previsto cuando observa que surge una actividad interesante (NCTM, 2003, pp. 244-347). Para la clase que se presenta en las transparencias se hace uso de un software específico contenido en el CD-ROM del libro citado.

La Tabla 1 contiene diferentes componentes de la planificación del proceso de enseñanza sobre las que puede haber información disponible en los instrumentos de evaluación. La Tabla 1 también sugiere observar la presencia en los registros de datos recogidos en los instrumentos de evaluación, de algunos tipos de datos que podrían intervenir en un estudio más profundo si se dispone de información. Estos datos responden a variables centrales en la planificación docente como:

- ◆ El tipo de contenidos que se enfatizó más en la implementación final.
- ◆ Las capacidades más o menos practicadas en la implementación final.
- ◆ Los errores surgidos en el proceso
- ◆ La eficiencia de los procedimientos de ayuda aplicados para corregir errores
- ◆ Características de las tareas que se han modificado para ajustarse a las necesidades del alumnado.

◆ Modificaciones en las secuencias de enseñanza, etc.

La tabla presenta otra columna para marcar si la información disponible aparece en el diario del profesor (DP) diarios del Alumno (DA) o cuestionario de autoevaluación del alumno (CEA). Si la información aparece en otro instrumento de evaluación como un registro audio-visual o una entrevista se debería añadir.

Tabla 1

Componentes de la Planificación del Proceso de Enseñanza

Proceso/ procedimiento	Ejemplos de variables	Observar en especial datos sobre	Instrumentos de evaluación (DP, DA, CEA, OT)
Planificación de contenidos	Tipos de contenidos implementados	Reducciones en contenidos sobre comprensión de conceptos u estrategias de aplicación de contenidos a contextos de la vida cotidiana	
Planificación de expectativas	Grado de implementación de las Capacidades y objetivos planificadas	Capacidades menos practicadas, que necesitaron más tiempo de enseñanza, con pocas tareas asociadas	
Planificación de errores	Errores surgidos en la implementación	Errores que no han aparecido o son muy frecuentes. Lugar donde aparecen.	
Planificación de las ayudas para resolver errores	Eficiencia de los procedimientos de ayuda para resolver errores.	Funcionamiento de ayudas puntuales individuales o al grupo. Funcionamiento de las tareas específicas. Resultados evolutivos de los errores	
Previsión de caminos de aprendizaje	Diferencias entre caminos de aprendizaje previstos y surgidos de la implementación	Desviaciones del camino original. Nuevos caminos interesantes. Capacidades clave no previstas	

Tabla 1

Componentes de la Planificación del Proceso de Enseñanza

Proceso/ procedimiento	Ejemplos de variables	Observar en especial sobre	Instrumentos de evaluación (DP, DA, CEA, OT)
Adecuación de tareas a las expectativas planificadas	Desviaciones entre las expectativas previstas para las tareas y las realmente implementadas	Modificaciones en la redacción para ampliar o reducir expectativas. Tareas que no han necesitado modificarse	
Adecuación de tareas a las características del grupo	Desviaciones entre la tarea inicial y la aplicada en el aula relativas a su redacción o a gestión de la tarea en el aula	Cambios en la redacción para mejorar la comprensión. Variaciones en el tiempo previsto, Modificaciones en las informaciones previas y dinámica de aula. Resultados y dificultades en la fase final de conclusiones.	
La planificación de la secuencia de tareas	Desviaciones de la secuencia inicial respecto a la secuencia implementada finalmente	Necesidad de nuevas de tareas intermedias para graduar o apoyar aprendizajes incompletos.	
La planificación de los materiales y recursos didácticos especiales	Desviaciones entre la planificación inicial y la implementación final del uso de recursos y materiales didácticos especiales.	El funcionamiento de las ayudas necesarias para su uso inicial Distorsiones en la dinámica de aula por su uso. Evidencias sobre sus ventajas. Aceptación por el alumnado de los recursos y su uso	

Tabla 1

Componentes de la Planificación del Proceso de Enseñanza

Proceso/ procedimiento	Ejemplos de variables	Observar en especial sobre	Instrumentos de evaluación (DP, DA, CEA, OT)
La planificación de los instrumentos de evaluación de aprendizajes	Modificaciones en los criterios de desempeño Desviaciones entre los instrumentos de evaluación planeados y finalmente usados	Reajustes en criterios de desempeño. Capacidades que se incorporan o desaparecen en las plantillas de corrección	
La planificación de metodologías de enseñanza para favorecer la autorregulación de aprendizajes	Ver tema 3	Ver tema 3	
Otros			

Nota. Los grupos que hayan elegido entre sus objetos de estudio alguno/s relacionado/s con los procesos de enseñanza deberían analizar (si no lo han hecho ya) en qué instrumentos han incorporado los datos de los que extraerán información para este/os estudio/s (Actividad 6.3).

El segundo grupo de objetos de estudio está relacionado con la influencia de los procedimientos de enseñanza aplicados en los logros de los alumnos en el aprendizaje. Estudios con esta orientación pueden abordarse de una forma estándar fijando las variables que se quieren evaluar y considerando dos grupos de alumnos. En uno se aplica la nueva metodología y en otro no. Se comparan logros. En nuestro caso el proceso de implementación de la planificación docente no permite, en general, esta metodología pero sí que es posible realizar un estudio de casos añadiendo algunas entrevistas semi-estructuradas si fuese necesario, con alumnos para los que se haya observado un despegue importante en sus desempeños en relación a otros temas del curso en los que no se aplicó esta metodología novedosa. El estudio detallado de algunos alumnos particulares, más la información procedente de los instrumentos de evaluación diseñados, daría una información suficientemente sólida como para describir en qué líneas los procedimientos de enseñanza aplicados por primera vez han tenido efecto sobre los logros en el aprendizaje. Si han existido grabaciones audiovisuales pueden aportar también información complementaria a este estudio particular.

ENSAYO PARA COMPROBAR LOS INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE DATOS SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA

La interpretación y análisis de datos recogidos en la fase de implementación es objeto del módulo 7 de este curso. Sin embargo, para prever dificultades de interpretación e incorporar criterios de análisis es conveniente y útil realizar un ensayo de interpretación y clasificación de la información que se recoja en la fase de implementación en el aula. Los resultados del ensayo acumulan experiencia para la fase siguiente, adelantan dificultades de interpretación, y permiten a iniciar una plantilla de criterios de interpretación.

Este ensayo ya se ha realizado en el tema 1 —con algunos datos recogidos para evaluar logros de aprendizaje matemático—, en el tema 2 —con referencia a datos que midan el desarrollo de una competencia— y en el tema 3 —para datos de tipo actitudinal—. En este tema procede un análisis semejante centrándose en los instrumentos que previsiblemente han recogido la mayor parte de los datos sobre el funcionamiento de las metodologías de enseñanza aplicadas y el diseño de la planificación docente: el diario del profesor, el diario del alumno y el cuestionario de autoevaluación final del alumno.

Diario del Profesor y Cuestionario de Autoevaluación del Alumno

1. Elección de una muestra de sesiones del diario del profesor. Con cuatro o cinco sesiones representativas es suficiente para probar este instrumento de recogida de datos.
2. Elegir una muestra intencional de cuestionarios de autoevaluación de alumnos con los criterios ya conocidos de actividades anteriores.
3. Señalar las variables sobre las que se van a observar datos referidas siempre a procesos de enseñanza.
4. Relacionar las variables con las preguntas que se han formulado en los cuestionarios de autoevaluación y con los tipos de anotaciones que se hayan incorporado al diario del profesor. Si existen preguntas pertinentes en el diario del alumno añadirlas.
5. Adjuntar a la tabla del apartado 4 una columna que muestre tipos de respuestas que se encuentran a cada una de las preguntas propuestas en el diario o tipos de anotaciones que aparezcan en el diario del profesor referidas a estas variables. Se trata aquí de observar datos y tratar de agrupar respuestas o anotaciones que se consideren equivalentes con objeto de formar algunos criterios de corrección.
6. Como subproducto del proceso anterior pueden salir respuestas dudosas y que requieran una interpretación especial. Habrá que enumerarlas e indicar la interpretación que dio el grupo.

OBSERVACIÓN Y REGISTRO DE LA PRÁCTICA DE AULA

Además del registro de las opiniones del alumnado y las anotaciones del profesorado en sus diarios, los registros de información de tipo auditivo o audiovisual pueden completar esta panorámica de datos con nuevos aspectos que no quedan bien reflejados en los instrumentos anteriores. La presencia de otros profesores como observadores también podría complementar esta perspectiva. Entre la inmensa cantidad de publicaciones relacionadas con metodolo-

gías de uso de registros audiovisuales en el aula hemos seleccionado dos ejemplos que pueden reflejar la potencia de este tipo de registros.

Por una parte el estudio que hace TIMSS en 1999 sobre prácticas de aula en diferentes países proporcionará estrategias metodológicas para manejar e interpretar registros audiovisuales de sesiones de clase. Por otra , un artículo sobre la calidad en las prácticas de aula (Arbaugh, 2006) proporciona criterios para caracterizar dimensiones de buenas prácticas del profesor en el aula obtenidas de observaciones audiovisuales y otros registros de la planificación docente.

El Video Study del TIMSS en 1999

Este importante esfuerzo investigador divulgado en la web¹ y publicado en (Hiebert et al., 2003) justifica el uso de los registros audiovisuales por seis argumentos:

- ◆ se pueden analizar muchos procesos a la vez,
- ◆ aumenta la fiabilidad de las observaciones,
- ◆ permite codificar desde múltiples perspectivas,
- ◆ almacena datos que se pueden analizar con posterioridad,
- ◆ facilita la integración de información cualitativa y cuantitativa y
- ◆ facilita la comunicación de resultados.

El estudio permitió a los investigadores extraer información sobre:

El Contexto de las Lecciones

- ◆ La preparación del profesorado.
- ◆ Las características de las lecciones.
- ◆ Las expectativas pretendidas.
- ◆ La relación entre lo que pretendían los profesores y lo que realizaron en el aula.

La Estructura de la Lección y del Aula

- ◆ Duración.
- ◆ ¿Cómo se organizó la clase? Repaso, nuevos conceptos, trabajo individual.
- ◆ ¿Cómo se hicieron los agrupamientos y la interacción entre profesor y alumnos.
- ◆ ¿Qué papel jugaron los deberes de casa?

El Contenido de la Lección

- ◆ ¿Qué contenidos se trabajaron?
- ◆ ¿Qué complejidad tenían?
- ◆ ¿Qué tipo de razonamiento matemático hubo por los problemas propuestos?
- ◆ ¿Cómo evolucionó el contenido a través de la lección?

La Metodología de Enseñanza Empleada

- ◆ ¿Situaciones de los problemas?
- ◆ ¿Se resuelven los problemas por varios métodos o uno solo? ¿Cómo apoya el profesor?
- ◆ ¿Qué tipos de tareas se les pide a los alumnos?

¹ <http://timssvideo.com/videos/Mathematics>

Para hacer este estudio se manejan como instrumentos básicos las grabaciones audiovisuales. Con ellas se hacen transcripciones de los diálogos y aparte se añaden tres documentos: los comentarios que hace el propio profesor a sus grabaciones, los comentarios del investigador que contextualiza las lecciones grabadas y un diagrama del desarrollo de la sesión.

El documento suministrado en la quinta sesión presencial del módulo 6 contiene la traducción parcial de las transcripciones de una sesión de clase que se trabajó en esta sesión. El ejemplo escogido es una clase de razones aritméticas en Australia para alumnos de octavo grado. Es la cuarta lección de una unidad de siete lecciones. El grupo tiene una ratio de 30 alumnos por profesor y la sesión duró 69 minutos.

El diagrama de desarrollo de la sesión contiene una línea del tiempo transcurrido y el tipo de trabajo que se fue realizando durante la sesión de clase con especificaciones sobre el desarrollo de la sesión.

La Figura 2 muestra un ejemplo de diagrama de la sesión para la clase citada.

1. Teacher's Comments (Comentarios del investigador)²

Lección Código AU4

00:00:10 Prior to this class we did work on the meaning of ratios, equivalent ratios and simplifying ratios. It took a while to **give out** the connecting blocks but they do help students to develop the concept - dividing a given quantity in a given ratio.

Antes de esta clase trabajamos sobre el significado de las razones, las razones equivalentes y simplificación de razones. Nos llevó un tiempo dar a los estudiantes los “bloques conectables” pero ayudaron a los estudiantes a desarrollar el concepto dividir una cantidad dada en una razón dada.

00:00:25 It would be a common practice among teachers to give 10 or so revision questions to start the lesson. I don't do this so often now as I find I can take too long to get to the main goal of the lesson. Given that handing out the blocks took a while, it would have been a better strategy here. I knew this lesson was full of activities and a new concept and was keen to get straight into it.

Sería una práctica común entre los profesores poner 10 preguntas de repaso aproximadamente para empezar la lección. Ahora no lo hago tan a menudo porque tardo demasiado para conseguir el principal objetivo de la lección. Tener que repartir los bloques tomó un tiempo, habría sido una mejor estrategia aquí. Sabía que esa lección estaba llena de actividades y un nuevo concepto, y estaba entusiasmado por ir directos a ella

00:00:29 All classes in our school are 75 minutes long. We moved to this lesson length after a whole school discussion on optimum learning time. Increased time was seen to benefit group work and allow for conclusions and reflections on activities. In Mathematics this often means two concepts need to be developed in the class to complete the curriculum. In most classes the plan would include approximately three changes in activity.

*Todas las clases de nuestra Escuela duran 75 minutos. El tiempo incrementado (de más) se vio como algo que beneficiaba el trabajo del grupo y permitía sacar conclusiones y reflexiones sobre las actividades. En Matemáticas, esto a menudo significa que hemos de desarrollar dos conceptos en clase para completar el currículo. En la mayoría de las clases el plan incluiría aproximadamente tres cambios **de actividad**.*

También se muestra otro corte con los tipos de comentarios del investigador

2. Researcher's Comments (Comentarios del investigador)

Lección Código AU4

00:00:29 At the beginning of the lesson, the teacher writes the heading for today's class on the board: "Dividing a Given Quantity in a Given Ratio." Goal statements, such as this one, were found in 71% of the lessons in the Australian data set (Hiebert et al., 2003, *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study* [hereafter Video Report], figure 3.12).

Al principio de la lección, el profesor escribe el objetivo para la clase de hoy en la pizarra: “Dividir una cantidad dada en una razón dada”.

² Traducción de Antonio Marín del Moral.

Objetivos de las exposiciones tales como este, fueron encontrados en el 71% de las lecciones en el conjunto de datos australiano (Hiebert et al., 2003, Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study [de aquí en adelante el Video Report], figure 3.12).

00:01:58 Here the teacher is handing out counting blocks that the students will use to help solve various problems dealing with ratios. These blocks are considered to be "special mathematical materials"; that is, mathematical materials used for a mathematical purpose during the lesson. Forty-four percent of Australian lessons included special mathematical materials (Video Report, table 5.6).

Aquí el profesor está repartiendo cuadernos de cuentas que los estudiantes usarán para resolver varios problemas relacionados con razones. Estos cuadernos están considerados como "materiales matemáticos especiales"; es decir, materiales matemáticos usados con un propósito matemático durante la lección. EL 44% de las lecciones australianas incluían materiales matemáticos especiales

Los tres documentos mostrados presentan visiones complementarias de la práctica del profesor. Desde la perspectiva de la interpretación de grabaciones hechas durante el periodo de implementación se aconseja que no se hagan transcripciones completas pues lleva mucho tiempo, sino que, más bien, se citen los textos de los diálogos o las imágenes que apoyen algún argumento si esta fuente de información contiene evidencias. Por otra parte, el diagrama de la sesión de clase muestra de forma sintética como transcurre ella y puede apoyar bastante la descripción de una metodología de enseñanza aplicada o las interacciones en el aula.

No obstante las grabaciones audiovisuales enriquecen mucho la observación al visualizarse las interacciones entre el profesorado y los alumnos y la metodología aplicada por el profesorado para construir conocimiento. Si es posible se aconseja este tipo de registro.

Un Estudio sobre la Calidad en la Práctica de Aula

El trabajo de Arbaugh y colaboradores (2006) sirve de base para incorporar a este módulo criterios que faciliten el análisis de la práctica del profesor.

Este estudio analiza 26 clases diferentes y las clasifica según tres niveles: baja, media y alta calidad. Además trata de caracterizar también las principales creencias de los profesores sobre la enseñanza y las correlaciona con la calidad de su práctica de aula. Todos los profesores tienen en común trabajar con la misma serie de libros de texto del proyecto CORE-PLUS en Estados Unidos. Para más información sobre el proyecto CORE-PLUS hay muchos enlaces en la Web que aparecen con el criterio de búsqueda CORE PLUS Mathematics Project (CPMP).

Este estudio establece un marco de análisis para clasificar la calidad de las lecciones de clase utilizando los siguientes indicadores:

Naturaleza de las Tareas

- ◆ Tareas que generan discusión matemática
- ◆ Tareas que conectan con el entorno de los estudiantes
- ◆ Tareas que van detrás de algo con valor matemático
- ◆ Tareas que requieren un alto nivel de demanda cognitiva

Papel del Profesor

- ◆ El profesor selecciona las tareas pensando en su objetivo o meta
- ◆ El profesor comparte información esencial
- ◆ El profesor establece una cultura de la clase
- ◆ El profesor muestra comportamientos asociados con la búsqueda de demandas cognitivas de alto nivel

Cultura Social de la Clase

- ◆ El profesor y los alumnos valoran las ideas y los métodos
- ◆ Los estudiantes eligen y comparten sus métodos
- ◆ El profesor usa los errores como situaciones de aprendizaje
- ◆ Los argumentos son los que determinan la corrección de los procesos matemáticos (no el profesor o el libro de texto)

Los Recursos Matemáticos como Apoyos al Aprendizaje

- ◆ Los estudiantes le dan significado a los recursos que usan
- ◆ Profesores y estudiantes usan los recursos con la intención de resolver problemas
- ◆ Los profesores y estudiantes usan los recursos para recordar, comunicar y pensar

Equidad y Accesibilidad

- ◆ Las tareas son accesibles a todos los estudiantes
- ◆ Todo estudiante es escuchado
- ◆ Todo estudiante contribuye

Estos son los indicadores que conducen a la clasificación indicada aunque a lo largo del estudio se detecta con más claridad las diferencias entre profesorado de alta y baja calidad en su práctica quedando la calidad media como una transición con componentes de la alta y de la baja calidad.

A continuación presentamos la traducción de las transcripciones y comentarios que se citan en el artículo, referidas a dos perfiles: un profesor con una práctica de baja calidad y otro con una práctica de alta calidad.

Caso I³

Situación. Clase de 10º grado en Estados Unidos. Esta clase es continuación de otra en la que se trabajó con modelos de crecimiento de la población humana. Este curso sigue un libro de texto de la colección CORE-PLUS y la tarea que les propone está clasificada como de alta demanda cognitiva. Al comienzo de la clase la profesora (T) les proporciona datos de la población de US tomados del Censo de población. Están organizados en grupos de tres alumnos (T: profesora, S: algún estudiante).

La siguiente es la transcripción del comienzo de la clase.

T: La población en Estados Unidos en 2001 fue 288 millones. En 1990 ¿Cuánto fue?

S: 240.

T: Así es, se incrementó en 48 millones. La tasa de nacimientos es 1.3% de la población. La tasa de defunción es 0.2% Así que ¿cuál es la tasa neta?

³ Traducción de Antonio Marín del Moral.

S: 1.1%.

T: Sí. La tasa de nacimientos sube la población y la de defunciones la baja.

T: Entonces animó a los estudiantes a seguir procedimientos similares... y hacer predicciones sobre la población de Estados Unidos para 2002 a partir de 2005. Después de trabajar individualmente unos pocos minutos con sus calculadoras gráficas.

La profesora les pidió que colocasen sus tablas en el mural y les adelanta la solución en la transparencia de la población en 2002

T: Ya he puesto el primer resultado para que veáis el valor correcto. Quiero que lo comparéis por que si el primero está mal todo sale mal.

La profesora va dando nuevas respuestas correctas y después los alumnos las van apuntando aunque lo hubiesen puesto ya en el MURA su trabajo.

La clase continúa con un chequeo que se considera como una discusión a nivel de toda la clase de los contenidos y métodos desarrollados por los grupos pequeños, lo que les proporciona una oportunidad para compartir puntos de vista y conclusiones diferentes. La profesora actúa de moderadora.

T: OK, mira en el problema de la p. 112. ¿Qué cálculos se necesitan para estimar el crecimiento de la población de un año al siguiente en dos países diferentes?

S: El año de antes.

T ¿Qué quieres decir?

S: Es necesario encontrar el anterior.

T: Porque la población en 2002 depende de la población en 2001 ¿no?

S: Lo que crece.

T: La tasa de nacimientos, la de defunciones y los inmigrantes. Escribe paso a paso este proceso ¿Qué harías primero?

S: Encontrar la tasa del cambio.

T: Tasa de nacimientos menos tasa de defunciones. Puede ser negativa ¿Cuál era el porcentaje en nuestros problemas anteriores?

S: 1.1%.

T: Lo usaremos así en nuestros cálculos?

S: No. Lo pasaríamos a decimal.

T ¿Cómo?

S: Moviendo la coma dos lugares a la izquierda.

T: Usaremos 0.011 ¿Y ahora qué?

S: Multiplicar por la población.

T: ¿Qué población?

S: El año anterior.

T: Necesitas conocer la población del año anterior para encontrar el año siguiente ¿Y ahora qué?

S: Añadir los inmigrantes.

T: ¿Es posible tener más población saliente que entrante?

S: Sí.

T: Hay cuatro pasos ¿quieres rodearlos con un círculo?

Y a medida que lo decía, la profesora los escribía en la transparencia

Encontrar la tasa neta de crecimiento

Convertir a decimal (dos lugares a la derecha)

Multiplicar por la población el año anterior

Añadir los emigrantes

Ahora la profesora se pasa al siguiente problema del libro que dice: “Usando la palabra AHORA para indicar la población de Estados Unidos en cualquier año, escribe una expresión que muestre como se calcula la población el SIGUIENTE año. Tasa de crecimiento 1.9% y de defunciones 1.2%”.

T: ¿Cuál es el cambio neto?

Los estudiantes no responden

T: 1.9 menos 1.2 es 0.7%. Necesitamos cambiar a un decimal aunque este lo es. Necesitamos multiplicar por AHORA y añadir los inmigrantes.

La profesora escribe $SIGUIENTE = 0.007 * AHORA + 9$ en la pizarra. La profesora se apodera del razonamiento y les da el procedimiento paso a paso.

T: ¿Estoy haciéndolo bien? ¿Por qué dices no?

S: Necesita añadir la población anterior.

La profesora escribe $+ AHORA$ al final de la ecuación y le pide a los estudiantes que hagan una ecuación similar para la población del Brasil.

Algunas reflexiones de la investigación sobre la práctica de este profesorado:

- ◆ En relación con el papel del profesor y la cultura de la clase: se reduce mucho el nivel de la demanda cognitiva; no se discuten las respuestas erróneas, se aporta la correcta y se sigue.
- ◆ En relación con la equidad y accesibilidad: la autoridad es el profesor para decir lo correcto o falso; no se contrasta con otras opiniones de los alumnos que se les limita o no se les llama a la participación; y permanece la creencia de que el alumno tiene bajas expectativas.
- ◆ En relación con la naturaleza de las tareas: la discusión se enfoca más en seguir un procedimiento que en buscar la comprensión.

Caso 2

Situación. Son 27 estudiantes en una clase de grado 11. Sentados en grupos de 3. Trabajan una tarea que el libro de texto califica de alto nivel cognitivo. La tarea es la siguiente.

Cuando John y Carla tenían 14 años trabajaron en el verano. John ganó 600\$ y Carla 500\$. Ambos decidieron colocar su dinero en cuentas de ahorro. John encontró una cuenta que le remuneraba un interés anual del 8% y al final del año sacaba los intereses. Cada año tenía al principio en la cuenta lo mismo que el año anterior. El interés de Carla era del 7% pero ella decidió no retirar ningún dinero. Se añadía el interés de cada año a su cuenta al final del año y generaba intereses desde ese momento. A) ¿Cuánto dinero recibe cada persona del banco si cierran sus cuentas al cabo de 12 años?

Situación. Los estudiantes trabajan individualmente en este problema pocos minutos hasta que el profesor se pone a discutir el problema con toda la clase. Hay un número diferente de estudiantes involucrados en este intercambio de ideas con el profesor.

T: Al final de un año ¿qué interés ganó John?

S: 48\$.

T: ¿Cómo encuentras la cantidad que tiene John después de un año?

S: Tomo 600 y sumo 48.

T: Cuánto tiene John al final de los 12 años?

S: $600\$ + 48 \cdot 12$ que es 1176\$.

T: ¿Cuánto al cabo de los 7 años?

S: $600 + 48 \cdot 7$.

T: ¿Cuánto al cabo de y años?

S: $600\$ + 48y$.

T: ¿Cómo usarías tu calculadora gráfica para dibujar esto?

S: Introduzco $y = 600 + 48y$ y hago la tabla.

T: Carla invierte su dinero con un rédito del 7% comenzando con 550\$ en su cuenta. ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de dinero que tiene?

Situación. Durante el siguiente intercambio de ideas el profesor escribe $550 \cdot 0.07 = 38.50$. Él añade $\cdot 1.07$ a la ecuación cada vez que los estudiantes le preguntan.

T: Al final de un año ¿qué interés ganó John?

S: 48\$.

T: ¿Cómo encuentras la cantidad que tiene John después de un año?

S: Tomo 600 y sumo 48.

T: Cuánto tiene John al final de los 12 años?

S: $600\$ + 48 \cdot 12$ que es 1176\$.

T: ¿Cuánto al cabo de los 7 años?

S: $600 + 48 \cdot 7$.

T: ¿Cuánto al cabo de y años?

S: $600\$ + 48y$.

T: ¿Cómo usarías tu calculadora gráfica para dibujar esto?

S: Introduzco $y = 600 + 48y$ y hago la tabla.

T: Carla invierte su dinero con un rédito del 7% comenzando con 550\$ en su cuenta ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de dinero que tiene?

Situación. Durante el siguiente intercambio de ideas el profesor escribe $550 \cdot 0.07 = 38.50$. Él añade $\cdot 1.07$ a la ecuación cada vez que los estudiantes le preguntan.

S: Tomo $550 + 38.50$.

T: ¿Cómo encuentras la cantidad dentro de dos años?

S: Como la cantidad permanece, multiplico esta cantidad por 1.07.

T: ¿Cuánto tiene Carla al cabo de 3 años?

S: Multiplico la cantidad total por 1.07.

T: ¿Qué estás haciendo repetidamente?

S: Multiplicar por 1.07.

S: Aumenta con el número de años.

T: ¿Por número de años?

S: Según la potencia x .

El profesor escribe en la pizarra $550 \cdot 1.07^x$.

T: ¿Qué tipo de modelo es este?

S: Exponencial

El profesor escribe ambos modelos en la pizarra $y = 550 \cdot 1.07^x$ y $y = 600 + 48x$.

T: ¿Qué tipo de modelo es $600 + 48x$?

S: Lineal

T: ¿Por qué no es una curva?

S: Por que se incrementa la misma cantidad cada vez

Ahora el profesor ayuda para apoyar a los alumnos a hacer conexiones conceptuales.

Situación. Después en la clase, los estudiantes examinan los datos de un negocio proyectado para venta de tickets para un teatro ficticio de verano (ver tabla). Los estudiantes tienen varios minutos para responder a varias preguntas del libro de texto sobre los datos. El profesor les guía en la discusión sobre estas preguntas.

Precio del ticket en \$	0	5	10	20	30	40	50
Número de tickets	2500	2250	2000	1500	1000	500	0
Beneficios de los tickets	0	11250	20000	30000	30000	20000	0

T: (leyendo del texto) De acuerdo con esta tabla ¿Cómo está afectado el beneficio por el precio del ticket? ¿Hay algún patrón razonable? ¿Por qué o por qué no?

Hay varios estudiantes a la vez involucrados en la conversación

S: El beneficio del ticket en un cierto punto baja.

S: Es una curva bonita

T: ¿Qué indica la tabla?

Ahora, el profesor presiona para justificar y apoyar que los estudiantes construyan conexiones conceptuales.

S: Sí, cuando el precio de los tickets es pequeño, deberías vender más tickets pero no demasiado. Cuando el precio de un ticket es alto, podrías vender pocos tickets. En la mitad, venderías muchos tickets y ganarías más dinero.

T: (leyendo del texto). Alguien propuso la ecuación $G = P(2500 - 50P)$ para la relación entre el precio de los tickets y la ganancia. Alguien propuso $G = 2500P - P^2$ ¿Cuál de estas dos relaciones es correcta? ¿Por qué?

S: ¿La primera?

S: Son la misma. Si multiplicas el factor de la primera ecuación se obtiene la segunda.

T: (Refiriéndose a la primera ecuación) ¿Qué hacemos con P ?

S: Distribuir

El profesor dibuja entonces líneas tratando de demostrar que la P se multiplica por ambos términos del paréntesis $(2500 - 50P)$.

S: ¿Qué es P por 50 por P ?

T: Es igual que 50 por P por P.

S: Sí.

T: ¿Qué se puede hacer también?

S: P por P es P^2 . Así que cuando distribuimos la respuesta es $2500P-50P^2$.

Ahora el profesor hace preguntas para apoyar a los estudiantes en sus conexiones conceptuales y formar en modelización de alto nivel.

Algunas reflexiones de la investigación sobre la práctica de este profesorado:

- ◆ En relación con la naturaleza de las tareas: son de alto nivel de demanda cognitiva.
- ◆ En relación con el papel del profesor en la cultura de la clase: en muy pocos momentos el profesor baja el nivel de demanda cognitiva; no suele ejercer su autoridad para sancionar si los razonamientos son correctos.
- ◆ En relación con los recursos matemáticos: se usan las calculadoras gráficas.
- ◆ En relación con la igualdad y accesibilidad: tareas accesibles a todos; permite que de las aportaciones de algunos se beneficien otros (p.ej., simplificación de la ecuación) y recuerden aspectos en los que podían estar confundidos.

REFERENCIAS

Se recomienda la lectura del artículo de Arbaugh et al. (2006) y la observación de algún video de la web <http://timssvideo.com/videos/Mathematics>. Se sugieren los codificados como NL1 (Holanda 1ª clase) o SW2 (Suiza 2ª clase). Se recuerda que para acceder a esta web es necesario registrarse previamente en ella.

Arbaugh, F., Lannin, J., Jones, D. L. y Park-Rogers, M. (2006). Examining instructional practices in Core-Plus lessons: Implications for professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(6), 517-550.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

NCTM. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.